

1 Аннотация

В данной работе мы предсказываем возможность устойчивой генерации оптических солитонов и соответствующих им частотных гребенок с низкой частотой повторения в высокодобротных волоконных резонаторах бутылочного типа различной формы. Управление эффектом локализации мод осуществляется путем изменения профиля радиуса волокна. Они демонстрируют поразительное сходство при различных формах резонатора и существенно отличаются от традиционных состояний типа «азимутальный солитон — частотная гребенка»: вместо модовой дисперсии определяющими факторами для ширины и амплитуды солитона здесь выступают критическая мощность самофокусировки.

2 Тема работы:

Моделирование нелинейной динамики аксиальных мод шепчущей галереи на поверхности волоконных световодов

3 Состав коллектива:

Колесникова Алена Юрьевна, к.ф.-м.н., н.с., ЛВЛ НГУ, Ватник Илья Дмитриевич, к.ф.-м.н., с.н.с., ЛВЛ НГУ.

4 Информация о гранте:

РНФ №22-12-20015 Микрорезонаторы мод шепчущей галереи на поверхности волокна для перспективных источников излучения, рук. И.Д.Ватник.

5 Научное содержание работы

5.1 Постановка задачи

Целью данной работы стала разработка математической модели и ее применение для изучения динамики нелинейной генерации аксиальных мод шепчущей галереи на поверхности цилиндрического микрорезонатора с вариацией радиуса, находящегося в связи с источником излучения. Одним из основных приложений разрабатываемой математической модели стало определение параметров источника излучения и режимов перестройки частоты источника, необходимых для наблюдения солитонных решений.

5.2 Современное состояние проблемы

Генерация оптических частотных гребенок (ОЧГ) вызывает особый интерес в последние несколько десятилетий из-за разнообразия их приложений, включая точное измерение расстояния в астрономии, атомные часы, GPS-навигацию, точную спектроскопию, химическое и биологическое зондирование и другие [1, 2, 3, 4, 5]. ОЧГ можно рассматривать как точную линейку в оптике. Основными характеристиками гребенки являются спектральная ширина, когерентность и область свободной дисперсии (ОСД) — расстояние между линиями в гребенке. В зависимости от задачи, может требоваться как большая, так и малая ОСД. Например, в таких приложениях, как двухгребенчатая спектроскопия [6], меньшая ОСД предпочтительнее, поскольку она обеспечивает более высокое разрешение спектроскопических измерений.

Есть две альтернативы для генерации ОЧГ: лазеры с синхронизацией мод и микрорезонаторы с керровской нелинейностью. Первая платформа (см., например, [7]) позволяет генерировать ОЧГ с малой ОСД, но требует значительного энергопотребления и обладает относительно большими размерами. В свою очередь, микрорезонаторы обладают высокой добротностью, малыми габаритами, но их ОСД ограничена снизу размерами резонатора.

В кольцевых, тороидальных, сфероидных микрорезонаторах ОСД составляет 10-1000 ГГц [8, 3] и определяется спектральным расстоянием между азимутальными модами (то есть между модами с одинаковыми квантовыми числами, кроме азимутального числа, которое характеризует количество нулей распределения поля по азимутальному углу). Генерация оптических частотных гребенок в микрорезонаторах с интервалом частот менее 10 ГГц является актуальной задачей, так как такие частоты повторения являются легко измеряемыми [3].

Многообещающей платформой для создания ОЧГ с низкой частотой повторения является платформа SNAP (Surface Nanoscale Axial Photonics) [9]. Платформа представляет собой микрорезонатор мод шепчущей галереи (МШГ), распространяющихся по границе оболочки стандартного оптического волокна со специально разработанной вариацией эффективного радиуса в нанометровом масштабе.

Источником МШГ является микроволокно ввода/вывода излучения, расположенное перпендикулярно оси волокна z . В такой системе МШГ испытывают медленное осевое распространение и могут быть локализованы вдоль оси волокна в области вариации эффективного радиуса [10].

За счет локализации излучения в области ненулевой вариации радиуса, азимутально-радиальная мода цилиндрического микрорезонатора расщепляется на набор аксиальных мод (моды, имеющие разное число нулей поля вдоль оси волокна). Область свободной дисперсии для аксиальных мод может составлять сотни мегагерц и меньше. Это многообещающая характеристика этого типа микрорезонатора для создания оптической гребенки с низкой частотой повторения [11, 12]. Поэтому актуальной является задача по изучению микрорезонаторов данного типа на предмет нелинейной генерации мод.

Список литературы

- [1] Udem T., Holzwarth R., Hänsch T. W. Optical frequency metrology //Nature. – 2002. – Т. 416. – №. 6877. – С. 233-237.
- [2] Cundiff S. T., Ye J. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs //Reviews of Modern Physics. – 2003. – Т. 75. – №. 1. – С. 325.
- [3] Kippenberg T. J., Holzwarth R., Diddams S. A. Microresonator-based optical frequency combs //science. – 2011. – Т. 332. – №. 6029. – С. 555-559.
- [4] Fortier T., Baumann E. 20 years of developments in optical frequency comb technology and applications //Communications Physics. – 2019. – Т. 2. – №. 1. – С. 1-16.
- [5] Pasquazi A. et al. Micro-combs: A novel generation of optical sources //Physics Reports. – 2018. – Т. 729. – С. 1-81.
- [6] Bao C. et al. Architecture for microcomb-based GHz-mid-infrared dual-comb spectroscopy //Nature communications. – 2021. – Т. 12. – №. 1. – С. 1-8.
- [7] Rauschenberger J. et al. Control of the frequency comb from a mode-locked Erbium-doped fiber laser //Optics Express. – 2002. – Т. 10. – №. 24. – С. 1404-1410.
- [8] Del’Haye P. et al. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator //Nature. – 2007. – Т. 450. – №. 7173. – С. 1214-1217.
- [9] Sumetsky M., Fini J. M. Surface nanoscale axial photonics //Optics express. – 2011. – Т. 19. – №. 27. – С. 26470-26485.
- [10] Sumetsky M. Nanophotonics of optical fibers //Nanophotonics. – 2013. – Т. 2. – №. 5-6. – С. 393-406.
- [11] Suchkov S. V., Sumetsky M., Sukhorukov A. A. Frequency comb generation in SNAP bottle resonators //Optics Letters. – 2017. – Т. 42. – №. 11. – С. 2149-2152.
- [12] Oreshnikov I., Skryabin D. V. Multiple nonlinear resonances and frequency combs in bottle microresonators //Optics express. – 2017. – Т. 25. – №. 9. – С. 10306-10311.

5.3 Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

Работа была направлена на численное моделирование системы уравнений нелинейной динамики азимутальных мод в цилиндрическом микрорезонаторе с вариацией радиуса. Моделируемая система нелинейных уравнений:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\omega_m}{2\beta_m^2 K_m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\omega_m}{K_m} \frac{\Delta r(z)}{r_0} + i\Gamma_m + iD \frac{L_q^{(eff)}}{Z_q^2(z_0)} f_p(z) \right) A_m - \frac{3\omega_m \chi^{(3)}}{2K_m n_m^2 S_m^{(eff)}} F_m(\vec{A}) = \sqrt{\frac{P_{in} V_{m,q}^{(eff)}}{\varepsilon_0 \varepsilon}} C f_p(z) e^{i(\omega_p - \omega_m)t}. \quad (1)$$

Для моделирования системы уравнений (1) была разработана численная схема на основе метода разделения по физическим процессам.

Удобно представить уравнение (1) в операторном виде:

$$i \frac{\partial \vec{A}(z, t)}{\partial t} + \hat{H} \vec{A}(z, t) = \vec{f}(t). \quad (2)$$

Здесь $\vec{A}(z, t)$ - вектор размерности N , состоящий из амплитуд азимутальных мод, где N - это количество азимутальных мод в модели. $\hat{H} = \hat{D} + \hat{V} + \hat{V}_{dis} + \hat{N}$ - оператор системы микрорезонатора, включающий в себя дифракцию, потенциал, потери и нелинейность, соответственно, где $\hat{D}_\alpha = -\frac{\omega_\alpha}{2\beta_\alpha^2 K_\alpha} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\hat{V}_\alpha = -\frac{\omega_\alpha}{K_\alpha} \frac{\Delta r(z)}{r_0}$, $\hat{V}_{dis\alpha} = i\Gamma + i \text{Im} D_\alpha f_p(z)$, $\hat{N} = -\frac{3\chi^{(3)}}{2} N_{\alpha\beta}(\vec{A})$. Здесь α и β - индексы элементов вектора амплитуд, $N_{\alpha\beta}(\vec{A})$ - матрица нелинейности, диагональные элементы которой $N_{\alpha\alpha} = \frac{\omega_\alpha}{K_\alpha n_\alpha^2 S_\alpha} \left(V_{\alpha\alpha\alpha\alpha} |A_\alpha|^2 + 2 \sum_{\beta \neq \alpha} V_{\alpha\alpha\beta\beta} |A_\beta|^2 \right)$, недиагональные выражаются как

$N_{\alpha\beta} = \frac{(\omega_\alpha + \Delta\omega_{\alpha\beta\gamma\epsilon})^2}{\omega_\alpha K_\alpha n_\alpha^2 S_\alpha} \sum_{\substack{\beta \neq \alpha \\ \gamma \neq \alpha}} V_{\alpha\beta\gamma\epsilon} A_\gamma A_\epsilon^* e^{i(\Delta\omega_{\alpha\beta\gamma\epsilon})t}$, где номера азимутальных мод m соответствующих индексов, удовлетворяют условию $m(\epsilon) = m(\beta) + m(\gamma) - m(\alpha)$. Источник $\vec{f}(t)$ - вектор размерности N , имеющий одну ненулевую компоненту с номером, соответствующим моде, в которую осуществляется накачка энергии $f(t) = \sqrt{P_{in}/(\varepsilon_0 n_\alpha^2 S_\alpha)} C_\alpha e^{i(\omega_p - \omega_m)t} f_p(z)$.

Для численного моделирования уравнения (1) применяется комбинированная численная схема. Для того чтобы учесть влияние источника на систему, находится решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка:

$$A(t) = e^{i\hat{H}t} \left(-i \int_0^t e^{-i\hat{H}t'} f(t') dt' + A(0) \right). \quad (3)$$

Для решения уравнения (3) применяется формула трапеции для численного интегрирования:

$$\vec{A}^{n+1} = e^{i\hat{H}\tau} \left(-i \vec{f}^n \tau / 2 + \vec{A}^n \right) - i \vec{f}^{n+1} \tau / 2. \quad (4)$$

Здесь n - номер шага по времени, τ - шаг по времени. Далее рассмотрим действие оператора $\hat{H}$ на вектор амплитуд азимутальных мод. Для моделирования применяется метод расщепления по физическим процессам:

$$A_\alpha^{n+1} = e^{i\hat{H}\tau} \vec{A}^n = e^{i\hat{D}\tau} e^{i\hat{V}\tau} e^{i\hat{V}_{dis}\tau} e^{i\hat{N}\tau} \vec{A}_\alpha^n. \quad (5)$$

Дифракционный шаг выполняется точно с помощью преобразования Фурье:

$$\vec{A}^{n+1} = \hat{F}^- \left[\exp \left(i \frac{\omega_\alpha}{2\beta_\alpha^2 K_\alpha} \beta^2 \tau \right) \hat{F}^+ [\vec{A}^n] \right]. \quad (6)$$

$\hat{F}^\pm$ - прямое и обратное преобразование Фурье, соответственно, берется по координате z с пространственным шагом h . Шаг с потенциалом и потерями выполняется в соответствии с (5). Нелинейный шаг выполняется с использованием матричной экспоненты:

$$A_\alpha^{n+1} = \exp(-3/2\chi^{(3)}N_{\alpha\beta}(A^n)\tau)A_\beta^n. \quad (7)$$

Таким образом, полная пошаговая численная схема для моделирования системы нелинейных динамических уравнений имеет следующий вид:

1. $\vec{A}'(z_j) = -i\vec{f}(z_j, t_n)\tau/2 + \vec{A}(z_j, t_n);$
2. $A_\alpha''(z_j) = \exp(-3/2\chi^{(3)}N_{\alpha\beta}(A(t_n))\tau)A_\beta'(z_j);$
3. $A_\alpha'''(z_j) = \exp(\hat{V}_\alpha\tau + \hat{V}_{diss_\alpha}\tau)\vec{A}_\alpha''(z_j);$
4. $A_\alpha'''' = \hat{F}^- \left[\exp\left(i\frac{\omega_\alpha}{2\beta_\alpha^2 K_\alpha}\beta^2\tau\right)\hat{F}^+[A_\alpha'''] \right];$
5. $\vec{A}(z_j, t_{n+1}) = A''''(z_j) - i\vec{f}(z_j, t_{n+1})\tau/2.$

Для моделирования были выбраны шаг по пространству $h = 0,1$ мкм и шаг по времени $\tau = 0,1$ пс, обеспечивающие неизменность результатов при уменьшении шагов. Верификация численной схемы была проведена с помощью сравнения результатов численного моделирования и аналитического выражения для амплитудно-частотных характеристик в линейном и нелинейном случаях, которое показало совпадение.

5.4 Полученные результаты

Для проверки предположения о существовании солитоноподобного решения в микрорезонаторе была промоделирована нелинейная динамика амплитуды одной азимутальной моды с номером $m = 354$. Было выбрано волокно с радиусом $r_0 = 62.5$ мкм, в котором отсутствуют нелинейные взаимодействия между различными азимутальными модами. Были выбраны следующие характерные для эксперимента параметры: длина волны накачки $\lambda_p = 1.55$ мкм, показатель преломления $n = 1.44$, нелинейная диэлектрическая восприимчивость $\chi^{(3)} = 2.5 \cdot 10^{-22} \text{ м}^2/\text{В}^2$, собственные потери микрорезонатора $\Gamma = 10^7 \text{ с}^{-1}$, соответствующие добротности $Q_0 = \omega_p/2\Gamma \simeq 6 \times 10^7$. Параметры связи выбраны типичными для эксперимента: $|C_m|^2 = 20 \text{ м/мс}$, $D_m = 20i \text{ м/мс}$, здесь $C = \text{Im } D$, что соответствует случаю одномодового тейпера. Точка контакта тейпера вдоль оси микрорезонатора выбиралась, исходя из условия на минимальную пороговую мощность для наблюдения нелинейных эффектов.

Было рассмотрено две формы вариации эффективного радиуса с аномальной дисперсией аксиальных мод D_{int} , необходимой для модуляционной неустойчивости: параболическая форма вариации радиуса с ангармонизмом $\Delta r(z) = \delta r (1 - (2z/l)^2 + \alpha(2z/l)^4 - \alpha)$ и прямоугольная форма $\Delta r(z) = \delta r, z \in [-l/2, l/2]$, в которой реализуется аномальная дисперсия аксиальных моды независимо от соотношения ширины и высоты.

Сначала рассмотрим случай прямоугольного профиля $\delta r(z)$. На рис. 1 представлены данные, соответствующие устойчивому периодическому решению с периодом $T \simeq 3.45$ нс, в потенциале с размерами $l = 3$ мм, $\delta r = 10$ нм. Номер возбужденной накачкой аксиальной моды $q_p = 49$, $z_0 = -1498$ мкм - положение тейпера $\delta\omega_p/2\pi = -30$ МГц, $P_{in} = 3$ Вт - мощность накачки, и пороговая мощность $P_{th} \simeq 0.2$ Вт. Реализуемое состояние поля представляет собой локализованный одиночный солитон, испытывающий периодические отражения от концов резонатора $\pm l/2$, см. рис. 1в. Нарушение симметрии между направлениями $\pm z$ вызвано расположением тейпера далеко от центра резонатора, а увеличение амплитуды солитона вблизи краев аналогично усилению волновых функций вблизи точек

поворота. Осциллирующая структура солитона обусловлена интерференцией между локализованной частью и полем моды накачки. Скорость солитона $v_s = 2L/T \simeq 1.7 \times 10^8$ см/с очень близка к групповой скорости, рассчитанной для $q_p = 49$ из дисперсионного соотношения для ω_j .

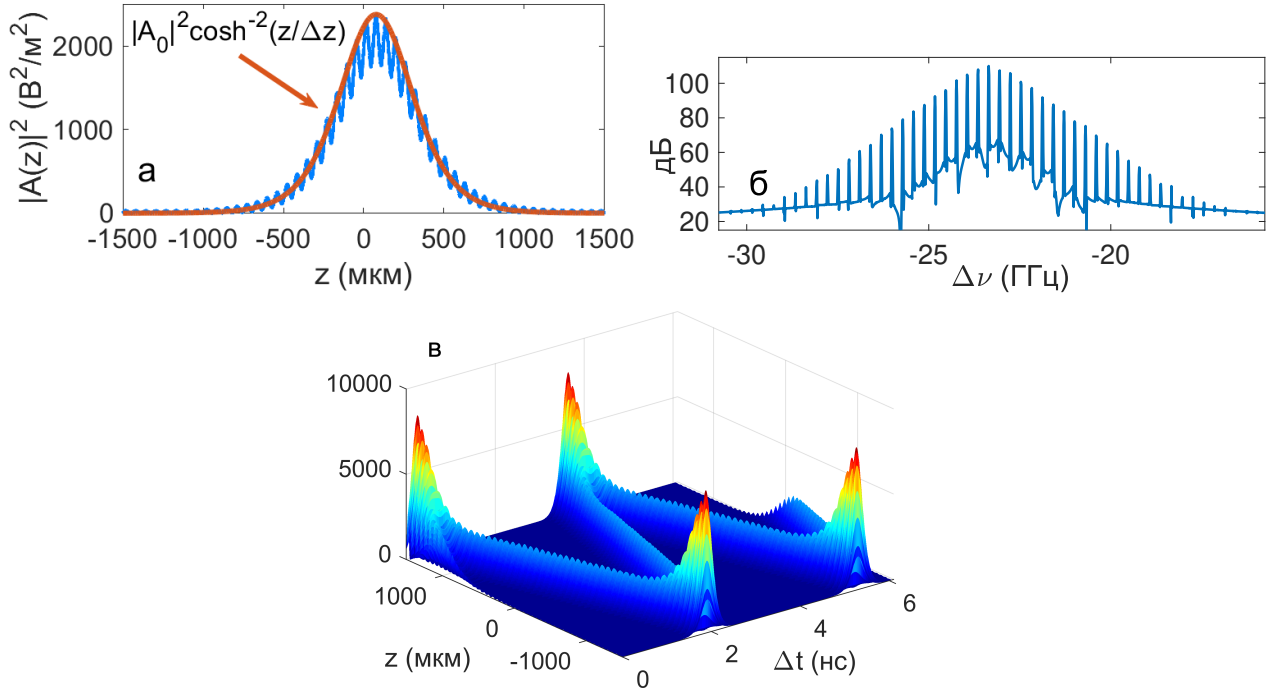


Рис. 1: Результаты моделирования нелинейной динамики поля в микрорезонаторе с прямоугольным профилем радиуса при мощности накачки 3 Вт. а) Распределение солитона вдоль z . б) Оптическая частотная гребенка с частотой повторения 290 МГц в точке положения тейпера $z_0 = -1498$ мкм. в) Распределение солитона в зависимости от времени.

Сплошная линия на рисунке 1а показывает рассчитанный профиль интенсивности $2n\epsilon_0 c|A|^2(z)$ в Вт/мкм² в момент, когда солитон бежит вправо вблизи центра резонатора. Здесь наблюдается осциллирующая структура, особо выраженная в центре резонатора. Для того, чтобы описать данную структуру был предложен анзац:

$$A = A_s \exp(ik_p z) \cosh^{-1} [(z - v_s t)/w_s] + A_b \cos(k_p z), \quad (8)$$

где A_s and A_b амплитуды солитона и фона накачки, w_s - ширина солитона, и $k_p = k_{q_p} \simeq 0.051 \mu\text{m}^{-1}$ - волновой вектор накачки. Анзац описывает интерференцию между бегущим обычным солитоном и стоячей фоновой волной. Красная линия на рис. 1а соответствует $w_s \simeq 360$ мкм, $A_s \simeq 4 \text{ Вт}^{1/2}/\text{мкм}$, $A_b = -0.144 A_s \exp(i\phi_b)$ при $\phi_b = 0.816$ и $v_s t = 16$ мкм. Анзац практически совпадает со сплошной синей линией. Аналогичное совпадение справедливо и для варьирования $v_s t$, за исключением ситуаций, когда солитон находится вблизи концов резонатора.

Период солитона составляет $T \simeq 3.45$ нс. Соответственно, спектр оптической гребенки состоит из эквидистантных $1/T \simeq 290$ МГц линий, см. рис. 1б. Здесь и далее спектр гребенки рассчитывается с помощью разложения Фурье амплитуды $A(z_0, t)$, взятой в точке положения тейпера. Примечательно, что интервал между линиями гребенки очень близок к межмодовому расстоянию $(\omega_q - \omega_{q-1})/2\pi$ для $q = 49$. В пределах примерно 4 порядков по интенсивности спектр включает ≈ 40 линий. Его ширина, ≈ 10 ГГц, существенно меньше области свободной дисперсии азимутальных мод, $c/nr_0 \approx 3.3$ ТГц. Форма спектра в логарифмическом масштабе близка к треугольной.

Рассмотрим теперь случай почти параболического профиля вариации радиуса $\delta r(z)$.

Поскольку внутри резонатора есть градиент потенциала, уравнение (1) структурно отличается от нелинейного уравнения Шрёдингера и, в более общем случае, от уравнения Лузиатто-Лефевра, используемого в исследованиях гребенок. Поэтому возможность генерации периодических состояний и оптических гребенок в такой системе не очевидна, при этом аналитических решений или приближений не существует.

Численное моделирование было выполнено для $\delta r(0) = 25$ нм, $q_p = 71$, $z_0 = -1797$ мкм и, как и ранее, $P_{in} = 3$ Вт. Длина l была увеличена до 6 мм, чтобы учесть увеличение (как $q^{1/2}$) длины локализации моды $l_z(q)$. Расчеты показали, что после переходной стадии во время сканирования частоты накачки мы снова приходим к периодическому состоянию солитона, как показано на рис. 2. Это соответствует отстройке накачки $\delta\omega_p/2\pi \simeq -33$ МГц, периоду $T \simeq 3.85$ нс и расстоянию между линиями гребенки $T^{-1} \simeq 260$ МГц. Это расстояние очень близко к межмодовым расстояниям $|\omega_{q_p} - \omega_{q_p \pm 1}|/2\pi$. Солитон снова испытывает последовательные отражения от точек остановки и соответствующее локальное усиление амплитуды, см. рис. 2в. Благодаря наличию потенциала, его скорость перестаёт быть постоянной при распространении влево и вправо. Наконец, отметим, что длина локализации на рис. 2в ($\simeq 4$ мм) заметно меньше, чем $L = 6$ мм.

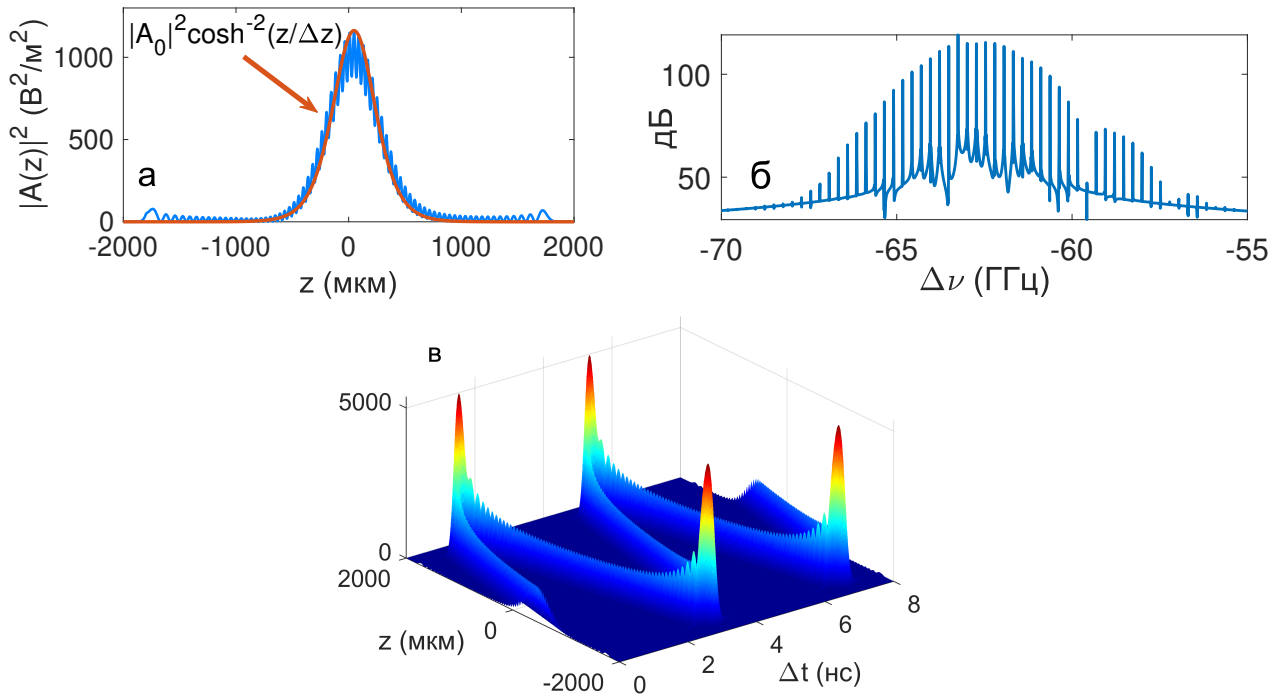


Рис. 2: Результаты моделирования нелинейной динамики поля в микрорезонаторе с почти параболическим профилем радиуса при мощности накачки 3 Вт. а) Распределение солитона вдоль z . б) Оптическая частотная гребенка с частотой повторения 260 МГц в точке положения тейпера $z_0 = -1797$ мкм. в) Распределение солитона в зависимости от времени.

Хотя в параболическом случае не существует подходящего анзаца, ядро солитона можно подогнать выражением $A = A_s / \cosh(z/w_s)$ с амплитудой солитона $A_s \simeq 3\text{Вт}^{1/2}/\text{мкм}$ и шириной $w_s \simeq 280$ мкм, см. рис. 2а. Снова отчетливо видно наличие относительно слабого фона, приводящего, в частности, к осциллирующей структуре ядра. Спектр гребенки на рис. 2б заметно отличается от "треугольного" спектра на рис. 1б — высоты линий гребенки на хвостах уменьшаются быстрее, чем раньше. Некоторая нерегулярность спектра вызвана селективной связью — для нескольких мод значения $|Z_q(z_0)|$ могут быть anomalously малыми. Ширина спектра гребенки примерно такая же, как и для прямоугольного потенциала.

Согласно теории модуляционной неустойчивости для параболического потенциала в

вырожденное четырехволновое смешение первой была вовлечена пара мод с номером $\mu = 5$, в связи с чем в первое время в динамике наблюдалась селекция мод (см. Рис. 3а), которая привела к появлению многосолитонного режима (см. Рис. 3в) в промежутке времени от 5000 до 7500 нс. В этот период времени в спектре наблюдалась оптическая частотная гребенка с частотой повторения 1,3 ГГц, соответствующей 5 областям свободной дисперсии (см. Рис. 3б), в динамике наблюдалось сразу 5 солитонов (см. Рис. 3в).

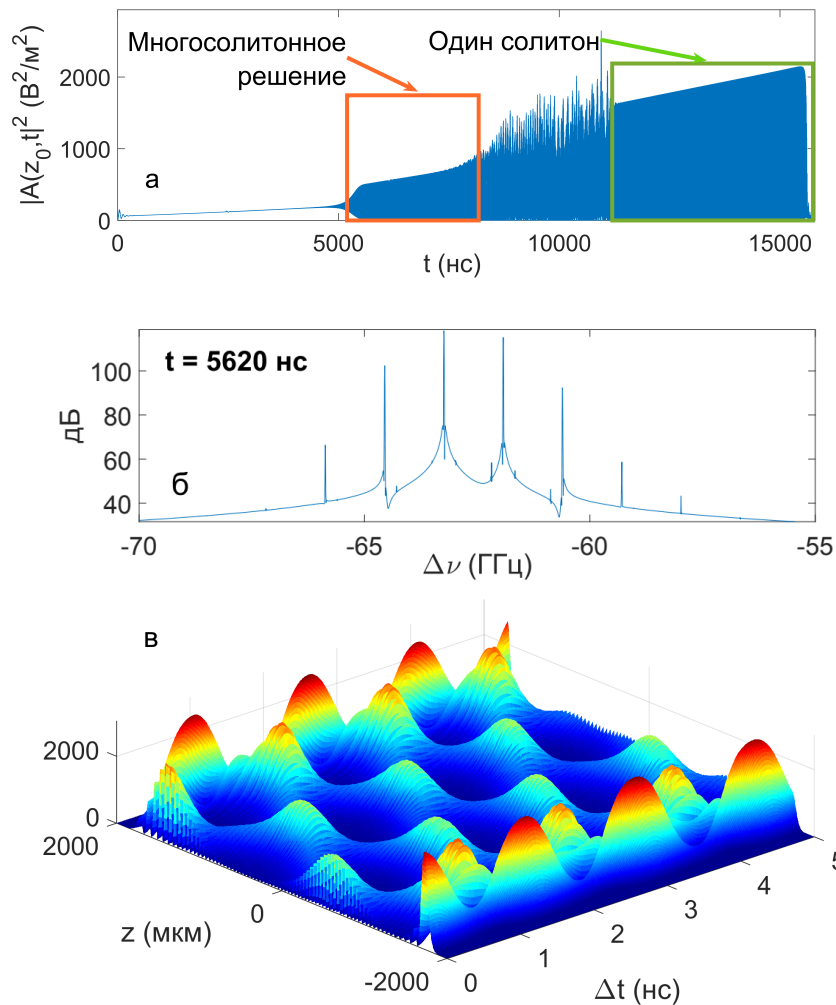


Рис. 3: Результаты моделирования нелинейной динамики поля в микрорезонаторе с параболическим профилем радиуса при мощности накачки 3 Вт. а) Интенсивность поля в зависимости от времени в точке z_0 . б) Оптическая частотная гребенка с частотой повторения 1,3 ГГц в точке положения тейпера $z_0 = -1498$ мкм в момент времени 6000 нс. в) Динамика многосолитонного решения.

В промежутке времени от 7500 нс до 12000 нс наблюдался хаотический переходный режим, который привел к появлению односолитонного режима (см. Рис. 2), который сохранялся вплоть до критической частоты отстройки лазера, соответствующей максимуму нелинейной амплитудно-частотной характеристики. Для прямоугольной ямы величина модовой дисперсии позволяет вовлечь в вырожденное четырех волновое смешение только моды с номером $\mu = 1$, поэтому в динамике возможна реализация только односолитонного решения.

В результате, отметим, что периодические солитонные состояния присущи бутылочным резонаторам сильно различающихся форм — от почти прямоугольной до почти параболической. Специфическими особенностями аксиальных солитонов являются пространственная селективность их возбуждения, отражения от точек поворота и соответствующая

осциллирующая структура. В остальном они похожи на азимутальные солитоны. Спектры аксиальной гребенки отличаются сверхмалыми расстояниями между линиями. Интересно, что основные свойства периодических состояний, такие как амплитуда и ширина солитона и расстояние между линиями гребенки, показывают преобладающую роль консервативных эффектов: фон моды накачки остается относительно слабым, а селективность связи не дает принципиальных эффектов.

Яркой особенностью данных резонаторов является отсутствие влияния модовой дисперсии на периодические состояния солитона и ширину гребенки. Несмотря на то, что коэффициент дисперсии $d^2\omega_q/dq^2$ для параболического профиля $\delta r(z)$ более чем на порядок меньше, чем для прямоугольного профиля, амплитуда солитона, ширина и период не сильно отличаются. Это сильно контрастирует со случаем азимутальных солитонов. Это различие вызвано структурой эволюционного уравнения (1), в котором в явном виде отсутствует слагаемое с дисперсией, а значимыми становятся консервативные члены уравнения. Эта особенность обусловлена геометрией аксиальных мод: в отличие от азимутальных мод, аксиальная ось z перпендикулярна направлению модовой циркуляции. При не сильно различающихся значениях длины l , силе связи и мощности можно ожидать схожие характеристик солитонов и гребенок. Однако, стоит отметить, что модовая дисперсия аксиальных мод играет ключевое значения для модуляционной неустойчивости. Возможности обойти модуляционную неустойчивость для потенциалов с нулевой или отрицательной модовой дисперсией может представлять большой интерес.

5.5 Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Численное моделирование, проведенное в рамках данной работы на базе ИВЦ НГУ, позволило верифицировать численную модель. Возможность параллельного запуска задач на кластере позволила ускорить анализ оптимальных параметров источника излучения, необходимых для получения генерации оптической частотной гребенки. Такая задача является невыполнимой для решения на персональном компьютере, так как изучаемая система является многопараметрической.

5.6 Перечень публикаций, содержащих результаты работы

A. Kolesnikova, I. Vatnik, B. Sturman, and E. Podivilov, "Soliton-comb solutions for fiber-based bottle microresonators," *Opt. Lett.* 50, 730-733 (2025).