# Тема работы

Полностью кинетическое моделирование эксперимента по обращению магнитного поля в процессе атомарной инжекции на установке КОТ.

### Состав коллектива

- Анненков Владимир Вадимович, с.н.с. ИЯФ СО РАН, к.ф-м.н., annenkov.phys@gmail.com (руководитель)
- Куршаков Владислав Андреевич, студент 4 года НГУ, v.kurshakov@g.nsu.ru (написание кода и активная работа с вычислительным комплексом)

# Информация о гранте

Гос. задание № 0241-2021-0015, Разработка физических основ и технологических решений для создания термоядерного реактора на основе линейной магнитной ловушки, ИЯФ СО РАН, Багрянский Пётр Андреевич, 2021-2023 гг.

# Аннотация

Данная работа посвящена моделированию формирования конфигурации с обращённым магнитным полем при внеосевой атомарной инжекции. Рассмотрена возможность отделения длительного процесса накопления азимутального тока, приводящего к обращению поля, от процесса создания конфигурации. Для этого рассматривались упрощённые модели накопления азимутального тока, наиболее корректным оказалось рождение ион-электронных пар в сегменте окружности. С помощью данной модели проведено моделирование процесса формирования конфигурации с обращённым полем в рамках явного двумерного кода на основе метода частиц в ячейках. Для преодоления разницы во временны́х масштабах между быстрой электронной и медленной ионной динамикой рассматривалась неявная схема. Были проведены тесты для определения корректности и устойчивости этой схемы.

# Научное содержание работы:

# 1. Постановка задачи

Главная цель – проведение полномасштабного моделирования эксперимента по обращению магнитного поля в компактном пробкотроне установки КОТ (Компактный Осесимметричный Тороид), где обращение поля осуществляется за счёт внеосевой инжекции в мишенную плазму с плотностью 10<sup>13</sup> см<sup>-3</sup> и температурой 50 эВ двух атомарных пучков с энергией 15 кэВ и эквивалентным током 120 А.

Чтобы этого достичь, необходим трёхмерный код с реализованным алгоритмом ионизации атомарного пучка, позволяющий моделировать миллисекундную длительность накопления

азимутального тока, необходимого для формирования FRC. Однако, такая задача является крайне ресурсоёмкой, поэтому была рассмотрена возможность отделения процесса накопления азимутального тока от исследования обращения поля. Для этого изучались различные упрощённые модели формирования азимутального тока с использованием полностью кинетической двумерной модели на основе метода частиц в ячейках (particle-in-cell, PIC). Были рассмотрены модели на основе: сеточно заданной величины ионного тока, макрочастиц ионов с нарастающей плотностью и рождения ион-электронных пар. Для того, чтобы приблизиться к длительности эксперимента, была рассмотрена неявная PIC-схема и проведены тесты, необходимые для определения её численной устойчивости.

#### 2. Современное состояние проблемы

Моделирование плазмы в такой конфигурации затруднено тем, что формировании FRC в плазме происходит образование резких градиентов магнитного поля, которые необходимо разрешать с помощью пространственной сетки. Также в этом процессе участвуют сразу несколько временных масштабов: быстрые электронные и медленные ионные, – поэтому нужно либо разрешать электронную динамику, увеличивая время моделирования, либо рассматривать упрощённые модели описания электронов.

Наиболее экономным с точки зрения ресурсов является моделирование плазмы в магнитогидродинамическом приближении [1]. Оно позволяет моделировать длительные времена, однако полностью убирает из рассмотрения кинетические эффекты, которые становятся критически важными при исследовании FRC, особенно в рассматриваемом случае атомарной инжекции. Их можно частично учесть, сохранив возможность моделировать длительные процессы, используя для моделирования гирокинетическое приближение [2], тем не менее оба вышеописанных метода всё же неспособны корректно описать области с околонулевым магнитным полем, что само по себе является целью экспериментов по FRC.

В данном случае наиболее полное описание плазмы может дать кинетическая модель, основанная на методе частиц в ячейках [3]. Этот подход позволяет моделировать как область высокого магнитного поля (в областях магнитных пробок и на периферии FRC), так и области низкого поля (в центре уже сформировавшегося FRC). Основной трудностью данного метода становится его ресурсоёмкость, которая существенно ограничивает время моделирования процессов даже для упрощённой двумерной геометрии, не говоря о полномасштабном моделировании установки. Перспективным направлением является моделирование плазмы с использованием неявных PIC-схем [4]. Их использование позволяет избежать возникновения численных неустойчивостей из-за малой по сравнению с шагом сетки длинны Дебая, что в свою очередь позволяет использовать более крупную расчётную сетку. Этот алгоритм реализован в коде Large Scale Plasma (LSP) [5] и успешно применялся, в частности, для моделирования обращения магнитного поля в системе с вращающимся магнитным полем [6].

- 1. C. Li and X. Yang, "Modeling and numerical analysis of a magneto-inertial fusion concept with the target created through FRC merging," Phys. Plasmas, vol. 23, no. 10, 2016, doi: 10.1063/1.4964367.
- D. P. Fulton, et al. "Gyrokinetic particle simulation of a field reversed configuration," Phys. Plasmas, vol. 23, no. 1, p. 012509, Jan. 2016, doi: 10.1063/1.4930289.
- T. Urano and T. Takahashi, "Full-particle simulation of electromagnetic waves induced by electron motion in a field-reversed configuration," Plasma Fusion Res., vol. 13, pp. 1–4, 2018, doi: 10.1585/PFR.13. 3403055.
- T. C. Genoni, et al. "A Fast Implicit Algorithm for Highly Magnetized Charged Particle Motion," Open Plasma Phys. J., vol. 3, no. 2, pp. 36–41, Apr. 2010, doi: 10.2174/1876534301003020036.
- T. P. Hughes, R. E. Clark, and S. S. Yu, "Three-dimensional calculations for a 4 kA, 3.5 MV, 2 microsecond injector with asymmetric power feed," Phys. Rev. Spec. Top. - Accel. Beams, vol. 2, no. 11, pp. 1–6, 1999, doi: 10.1103/physrevstab.2.110401.
- D. R. Welch, et al. "Formation of field-reversed-configuration plasma with punctuated-betatron- orbit electrons," Phys. Rev. Lett., vol. 105, no. 1, pp. 1–4, 2010, doi:10.1103/PhysRevLett.105.015002.

### 3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

В данной работе рассматривается моделирование процесса формирования FRC в двумерной геометрии с помощью явной вычислительной схемы на основе метода частиц в ячейках. Для моделирования плазмы решаются разностные аналоги уравнений системы Власова-Максвелла: для продвижения на новый шаг электромагнитных полей используется метод конечных разностей во временной области, предложенный Йи, для продвижения частиц используется алгоритм Бо́риса, декомпозиция токов производится с помощью метода Езиркепова, – такой набор алгоритмов обеспечивает второй порядок точности по времени и пространству.

Для упрощения описания атомарной инжекции, ионизации и релаксации пучка, а также отделения длительного процесса накопления азимутального тока от процесса обращения магнитного поля мы рассматривали упрощённые модели ионизации. Нами рассматривались три подхода. Первая модель основана на задании ионного тока напрямую в узлах сетки, вторая на использовании макрочастиц ионов с плавно нарастающей плотностью, третья, наиболее приближенная к реальности, основана на рождении ионов и электронов парами. В последнем случае накопление азимутального тока обеспечивается за счёт увеличения числа модельных частиц до тех пор, пока плотность не будет равна заранее заданной. Исследовано два способа рождения ион-электронных пар: равномерное появление внутри кольца и внутри сегмента окружности с неравномерной вероятностью рождения. Мы помещали ион и электрон на некоторый радиус  $\rho$ , после чего задавали им азимутальные скорости исходя из равенства

$$v_i = \Omega_i \rho, \quad \Omega_i = \frac{e_i B}{m_i c},$$

а скорости электронов имели тепловую добавку. В наиболее простой модели ионы после рождения вращаются строго по окружности с радиусом равным  $\rho$  в течение всего времени моделирования, чувствуя невозмущённое магнитное поле.

При рождении пар равномерно, расчёты были проведены ориентируясь на параметры установки КОТ. Отражающие граничные условия, радиус мишенной плазмы 9.3 см, её плотность  $n_0 = 10^{13}$  см<sup>-3</sup>; скорость ионов в пучке  $v_i = 1.8 \cdot 10^8$  см/с, а их плотность  $n_b \approx 9 n_0$  выбиралась такой, чтобы за заданное время инжекции  $\tau = 1.4$  нс магнитное поле в вакууме заведомо обращалось. Вакуумное магнитное поле B = 0.2 Тл. Шаг пространственной сетки  $\Delta x = 0.1 \ c/\omega_p \equiv 1.7 \cdot 10^{-2}$  см, шаг временной сетки  $\Delta t = 0.05 \ \omega_p^{-1} \equiv 2.8 \cdot 10^{-13}$  с, а суммарное время моделирования  $T = 62500 \cdot \Delta t = 1.8 \cdot 10^{-8}$  с.

При использовании модели, в которой пары рождаются на сегменте, проблема состоит в том, что период циклотронного вращения инжектируемых ионов слишком велик, на один полный оборот ионов необходимо  $2\pi/\Omega_i \Delta t \approx 1.2 \cdot 10^6$  шагов по времени при использовании  $\Delta t = 0.05 \ \omega_p^{-1}$ . Если же увеличивать шаг по времени, явная вычислительная схема станет неустойчивой. Поэтому, мы рассмотрели синтетические параметры: фиксировав значение магнитного поля  $B = 0.8 \ m_e c \omega_p/e$ , диаметр плазмы  $10 \ c/\omega_p$  и период ларморовского вращения модельных ионов  $1000 \ \omega_p^{-1}$ , – мы подобрали их  $v_i \approx 0.03 \ c$  и  $m_i \approx 127 \ m_e$  так, чтобы они удерживались на окружности с радиусом равным расстоянию от места рождения до центра в начальном магнитном поле. С такими параметрами явная схема позволяет моделировать более десяти периодов вращения модельных ионов.

Рассматривался также и другой подход к численному моделированию плазменных систем с широким диапазоном временных масштабов — релятивистская неявная PIC-схема, использующая моменты функции распределения, для продвижения электромагнитных полей на новый временной шаг [1]. В ней на первом этапе по известному распределению частиц вычисляются вспомогательные моменты функции распределения. Далее вычисляется электрическое поле на промежуточном шаге  $n + \theta$  и магнитное поле на шаге n + 1, после чего частицы продвигаются на шаг n + 1 с учётом найденных полей. На последнем этапе с помощью линейной интерполяции электрическое поле продвигается на шаг n + 1. Параметр фильтрации  $\theta \in [1/2, 1]$  определяет распространение электромагнитных волн. При  $\theta = 1/2$ , схема будет второго порядка точности по времени; если же  $\theta \in (1/2, 1]$ , то схема становится диссипативной и понижает порядок точности. Более развёрнуто схема изучается в источнике [1], а реализация, которая была использована, описана в статье [2].

Нами проведён тест данной вычислительной схемы на основе циклотронного вращения для определения её корректности, а также изучалась область устойчивости схемы в зависимости от временного и пространственного шага.

1. Koichi Noguchi, et al. "Formulation of the relativistic moment implicit particle-in-cell method," Phys.

Plasmas, vol. 14, no. 4, Apr. 2007, doi: 10.1063/1.2721083.

2. Andreas Kempf, et al. "PICPANTHER: A simple, concise implementation of the relativistic moment implicit particle-in-cell method," Comp. Phys. Comm., vol. 188, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.cpc.2014.11.010.

### 4. Полученные результаты

Использование наиболее простых моделей не увенчалось успехом, при задании тока на вычислительной сетке происходит образование нефизической аксиальной структуры; это оказалось связано с разделением в численной схеме компонент тока в пространстве. Подходы на основе частиц позволили избежать такой нереалистичной структуры, но более простой метод с плавным нарастанием плотности макрочастиц ионов неверно описывает электронную компоненту пучка, поэтому наиболее реалистичной моделью ионизации атомарного пучка является рождение ион-электронных пар. С помощью неё промоделирован процесс формирования конфигурации с обращённым полем с использованием полностью кинетического явного двумерного PIC-кода. Рассмотрено два возможных способа рождения пар: равномерно внутри кольца и внутри сегмента окружности с неравномерной вероятностью рождения. Рождение пар равномерно на кольце приводит к значительной компенсации ионного тока за счёт дрейфа электронов плазмы и пучка в возникающем радиальном электрическом и продольном магнитном поле. При рождении ион-электронных пар на сегменте наблюдается эффект замагниченности электронов, также наблюдается рост электрического поля, приводящий к дрейфу электронов. При этом, до формирования компенсирующего тока электронов происходит видимое уменьшение магнитного поля в центре. Более того, при плотности пучка равной плотности мишенной плазмы значительный рост радиального электрического поля не наблюдался и магнитное поле изменялось до величины, аналогичной инжекции ионной компоненты пучка в вакуум.

Для преодоления трудности с разрешением быстрой электронной динамики рассмотрена релятивистская неявная схема. Проведён тест циклотронного вращения электрона без создания токов и возмущения поля для определения её точности при плохом разрешении периода ларморовского вращения. Проведён так же поиск области устойчивости схемы в зависимости от пространственного и временного шага. Второй тест показал, что при значительном превышении шагом пространственной сетки дебаевской длинны происходит развитие численной неустойчивости, связанной с конечностью пространственной сетки, которую тем не менее не удаётся подавить в данной реализации неявной схемы.

### Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Моделирование методом частиц в ячейках является крайне ресурсоёмким, в особенности при использовании явных схем. Как только параметры задачи становятся близкими к реальным, возникает необходимость использования параллельных вычислений на кластерах. В проведённых на базе ИВЦ НГУ расчётах активно использовались сервера НРЕ DL560 Gen10, которые позволили существенно уменьшить реальное время вычислений. Так, с использованием ресурсов кластера, длительность расчётов составляла 4-7 дней.



### Иллюстрации, визуализация результатов

Рис. 1: Электрическое поле от ионного пучка в вакууме при задании тока на вычислительной сетке.



Рис. 3: Электрическое поле от ионного пучка в вакууме при использовании макрочастиц с нарастающей плотностью.



Рис. 2: Формирование структуры: кружки — компоненты тока, стрелки вдоль угла — величины азимутального тока в соответствующих узлах, а отрезки в центре восстановленный по расставленным компонентам вектор тока.



Рис. 4: Магнитное поле в центре расчётной области в модели макрочастиц с нарастающей плотностью: 1) — без плазмы, 2) — с плазмой.



Рис. 5: Эволюция усреднённых по углу величин при рождении ион-электронных пар равномерно на кольце. Ток ионов оказывается скомпенсирован электронами плазмы и пучка.



Рис. 6: Эволюция усреднённых по углу величин при рождении пар на сегменте, для результирующей плотности ионов пучка 3  $n_0$ . Магнитное поле в центре вычислительной области уменьшается до формирования компенсирующего тока электронов.



Рис. 7: Сравнение пучков с разной плотностью тока. Голубая кривая – 1  $n_0$ , оранжевая – 3  $n_0$ , зелёная – 6  $n_0$ , красная – 10  $n_0$ . Пунктиром показано магнитное поле при инжекции только ионной компоненты пучка в вакуум.



Рис. 8: Набор нескольких последовательных моментов времени t для случая 3 n<sub>0</sub>.



Рис. 9: Результаты моделирования неявной схемой: тест циклотронного вращения. Сравнение траекторий для  $\Omega_e \Delta t = 5.9 \cdot 10^{-4}$  – голубая непрерывная линия, и  $\Omega_e \Delta t = 0.61$  – отмечена маркерами (стрелками показаны последовательные моменты времени). Справа приведена относительная ошибка энергии для второго случая.



Рис. 10: Результаты моделирования неявной схемой: проявление неустойчивости, связанной с конечной сеткой, при выборе крупного пространственного шага, относительно длинны Дебая.