

**Тема работы:**

Вязкие эффекты при маховском отражении ударных волн и переход к невязкому пределу

**Состав коллектива:**

Шоев Георгий Валерьевич, к.ф.-м.н., с.н.с. ИТПМ СО РАН

**Научное содержание работы:****1. Постановка задачи.**

На основе численного решения уравнений Навье—Стокса изучаются эффекты вязкости на структуру течения около пересечения ударных волн и переход к невязкому пределу (путем увеличения числа Рейнольдса) в стационарном потоке аргона. Рассмотрено два принципиально различных случая: сильное (число Маха  $M=4$ ) и слабое (число Маха  $M=2$ ) отражение ударных волн.

**2. Современное состояние проблемы.**

Хорошо известно, что, в зависимости от углов падения, взаимодействие (отражение) двух косых скачков может происходить как регулярным, так и нерегулярным образом. При регулярном отражении из точки отражения исходят два отраженных скачка и, в общем случае, при не равных углах наклона падающих волн, контактный разрыв. При нерегулярном отражении возникают две расположенные на некотором расстоянии друг от друга тройные точки, в каждой из которых встречаются падающий и отраженный скачок, а также третья волна, называемая ножкой Маха. Из каждой тройной точки исходит контактный разрыв. Ножка Маха соединяет две тройные точки, и за ней имеется замкнутая зона дозвукового течения.

Теоретический анализ такого рода ударно-волновых конфигураций может быть выполнен на основе невязких уравнений Эйлера, считая скачки бесконечно тонкими поверхностями разрыва, не имеющими внутренней структуры. Из законов сохранения массы, импульса и энергии тогда вытекает, что газодинамические величины по обе стороны от разрыва связаны определенными соотношениями, известными как условия Рэнкина—Гюгоню. Путем совместного решения соотношений Рэнкина—Гюгоню для всех разрывов могут быть определены локальные углы наклона газодинамических разрывов в точках их взаимодействия и параметры течения за ними.

Описанный выше подход обычно используется для предсказания параметров двухволновой и трехволновой конфигураций, возникающих, соответственно, при регулярном и нерегулярном отражении ударных волн. При малых числах Маха существует диапазон параметров, в котором с точки зрения теории трехволновая конфигурация невозможна, однако в экспериментах наблюдается нерегулярное отражение с отчетливо видимыми тройными точками. Это противоречие известно как парадокс Неймана или парадокс тройной точки.

В реальном потоке вязкого теплопроводного газа все скачки (ударные волны) имеют конечную толщину со своей внутренней структурой, поэтому их нельзя строго считать разрывами. Вместо точки, в вязком потоке ударные волны пересекаются в некоторой области конечного размера. Нельзя ожидать выполнения условий Рэнкина—Гюгоню за этой зоной течения. На это обстоятельство впервые было обращено внимание в работе Дж. Штернберга [1], в которой для обозначения области взаимодействия вязких ударных переходов был введен термин «non-Rankine—Hugoniot zone».

На основе численного решения уравнений Навье—Стокса и метода прямого статистического моделирования Монте-Карло «non-Rankine—Hugoniot zone» была найдена, как для слабого, так и для сильного отражения ударных волн, в ряде работ [2-5], в которых рассматривались течения при низких числах Рейнольдса.

Дж. Штернберг предположил, что парадокс Неймана является одним из примеров течений, когда вязкое решение при  $\mu \rightarrow 0$  ( $\mu$  — коэффициент динамической вязкости) не переходит в невязкое решение. Однако, для случая парадокса Неймана при увеличении числа Рейнольдса не только уменьшаются размеры «non-Rankine—Hugoniot zone» [6], но и значения переменных вниз по потоку от такой зоны, полученные при численном решении уравнений Навье—Стокса, становятся все ближе и ближе к невязкому четырехволновому решению Гудерлея, введенному для объяснения парадокса Неймана. Таким образом, предположение Дж. Штернберга, строго говоря, несправедливо. В то же время из расчетов следует, что вязкость действительно оказывает существенное влияние на течение в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Для случая отражения сильных ударных волн вопрос о предельном переходе при  $\mu \rightarrow 0$  от вязкого решения к невязкому трехволновому решению остался неисследованным. Это справедливо и для отражения слабых ударных волн в том случае, когда невязкая теория предсказывает существование трехволновой конфигурации, то есть вне условий парадокса фон Неймана.

Цель численного моделирования, проведенного на суперкомпьютере НГУ, состояла в том, чтобы выполнить такие численные исследования и заполнить, имеющийся пробел.

- [1] Sternberg, J. 1959 Triple-shock-wave intersections. *Phys. Fluids* 2 (2), 179–206.
- [2] Khotyanovsky, D., Bondar, Y., Kudryavtsev, A., Shoen, G. & Ivanov, M.S. 2009 Viscous effects in steady reflection of strong shock waves. *AIAA Journal* 47 (5), 1263–1269
- [3] Ivanov, M., Bondar, Ye., Khotyanovsky, D., Kudryavtsev, A. & Shoen, G. 2010 Viscosity effects on weak irregular reflection of shock waves in steady flow. *Prog. Aerosp. Sci.* 46 (2), 89–105
- [4] Chen, H., Zhang, B. & Liu, H. 2016 Non-Rankine—Hugoniot shock zone of Mach reflection in hypersonic rarefied flows. *J. Spacecraft Rockets* 53 (4), 1–10.
- [5] Liu, H., Chen, H., Zhang, B. & Liu, H. 2018 Effects of Mach number on non-Rankine—Hugoniot shock zone of Mach reflection. *J. Spacecraft Rockets* pp. 1–10.
- [6] Ivanov, M., Shoen, G., Khotyanovsky, D., Bondar, Y. & Kudryavtsev, A. 2012 Supersonic patches in steady irregular reflection of weak shock waves. In *28th International Symposium on Shock Waves* (ed. K. Kontis), , vol. 2, pp. 543–548. Springer.

### **3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы.**

Численное моделирование маховского отражения ударных волн проводилось на основе уравнений Навье—Стокса с использованием программного комплекса CFS (Compressible Flow Solver), разработанного в ИТПМ СО РАН.

Уравнения Навье—Стокса решаются на структурированной прямоугольной сетке методом установления с использованием схемы WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) 5-го порядка [7] для конвективных членов, центрально-разностной схемой 4-го порядка [8] для диффузионных членов и интегрирования по времени с использованием схемы Рунге-Кутты 2-го порядка.

Расчеты проводились при различных числах Рейнольдса с использованием техники вложенных расчетных областей («nested-block grid refinement technique»), которая применялась в ряде работ [9,10] для моделирования течений около тройной точки. На нулевом уровне вложения использовалась прямоугольная область, которая обозначена Block 0 на Рис. 1. На левой (входной) границе 1-2 ставились условия, соответствующие сверхзвуковому равномерному набегающему потоку. На границе 2-3 ставились условия, соответствующие параметрам за косой ударной волной IS в соответствии с соотношениями Ренкина—Гюгио. На границе 3-4 ставилось условие симметрии, поскольку в настоящей работе эффекты, связанные с наличием пограничного слоя на верхней стенке не представляют интереса. Правая (выходная) граница 4-5

отодвигалась достаточно далеко, чтобы на ней всюду реализовывалось сверхзвуковое течение, поэтому при постановке граничных условий на ней все переменные экстраполировались изнутри расчетной области. На нижней границе 1-5 задавалось условие симметрии. В Block 0 строилась равномерная прямоугольная сетка с 1600 ячейками вдоль горизонтальной оси, и 800 ячейками вдоль вертикальной оси. В случае отражения слабых ударных волн в Block 0 использовалась сетка 2400x1200. В качестве начального условия использовался равномерный поток с параметрами, равными заданным на левой границе. Затем расчет продолжался до момента установления.

Численное решение в Block 0 позволяет полностью разрешить внутреннюю структуру ударных волн только при достаточно малых числах Рейнольдса. Поэтому для расчета течения около тройной точки при больших числах Рейнольдса строились дополнительные блоки меньшего размера с меньшим размером ячеек расчетной сетки, но тем же количеством ячеек. Это позволило получить решение на достаточно густой сетке, обеспечивающей полное разрешение внутренней структуры ударных волн, не приводя в то же время к чрезмерно большим затратам компьютерных ресурсов.

Первый уровень вложения показан на Рис. 1 и обозначен Block 1. Численное решение, полученное в Block 0, интерполировалось в новую расчетную область Block 1. Полученное после интерполяции поле течения задавалось в качестве начальных условий для расчета в Block 1. На входной границе задавались параметры набегающего потока. На верхней границе ставились граничные условия, полученные после интерполяции из численного решения Block 0. На сверхзвуковой части выходной границы все переменные экстраполировались изнутри расчетной области. На дозвуковой части выходной границы и на нижней границе задавалось давление, полученное после интерполяции из Block 0, а все остальные переменные экстраполировались изнутри расчетной области. В Block 1 сетка сгущалась в окрестности тройной точки так, что на границе блоков размеры ячеек не сильно отличались друг от друга. Затем расчет в Block 1 продолжался на новой сетке с меньшим размером ячейки (меньшим по сравнению с размером ячейки в предыдущем блоке). Аналогичным образом строились и следующие уровни вложения до тех пор, пока количество ячеек внутри ударных волн не достигало 40 или более, чего достаточно для точного описания течения в области, где взаимодействуют ударные волны. Для максимального числа Рейнольдса число блоков равно 17.

[7] Jiang, G. & Shu, C. 1996 Efficient implementation of weighted ENO schemes. *J. Comput. Phys.* 126 (1), 202–228.

[8] Kudryavtsev, A. & Khotyanovsky, D. 2005 Numerical investigation of high speed free shear flow instability and Mach wave radiation. *Int J Aeroacoust* 4 (3), 325–344

[9] Tesdall, A., Sanders, R. & Keyfitz, B. 2008 Self-similar solutions for the triple point paradox in gas dynamics. *SIAM J Appl Math* 68 (5), 1360–1377.

[10] Defina, A., Viero, D. & Susin, F. 2008b Numerical simulation of the Vasilev reflection. *Shock Waves* 18 (3), 235–242.

#### **4. Полученные результаты.**

На основе численного решения уравнений Навье—Стокса проведено исследование влияния вязкости на структуру течения около тройной точки при отражении сильных ( $M=4$ ) и слабых ( $M=1.7$ ) ударных волн. В обоих случаях при взаимодействии имеющих конечную толщину вязких ударных переходов возникает т. н. «non-Rankine—Hugoniot zone», течение в которой является не одномерным. В силу этого, параметры потока за ней нельзя определить из соотношений Рэнкина—Гюгоню.

В то же время, характер поведения решения уравнений Навье—Стокса при увеличении числа Рейнольдса и приближении к невязкому пределу существенно различен для сильных и

слабых ударных волн.

При  $M=4$  поля течения в окрестности тройной точки при различных числах Рейнольдса совпадают в координатах, нормированных на среднюю длину свободного пробега молекул набегающего потока  $\lambda_\infty$ , что также отражается на совпадении численных данных в плоскости давление-угол поворота потока (Рис. 2). При этом, параметры течения за отраженной и маховской волнами отличаются от параметров, рассчитанных по невязкой теории. Точнее, максимальное значение разницы между невязким и вязким решением при  $Re \rightarrow \infty$  стремится не к нулю, а к некоторой постоянной величине. Можно сказать, что за ударными волнами существует область течения, размер которой в физических координатах уменьшается, а в нормированных на  $\lambda_\infty$  остается неизменной, в которой решение уравнений Навье—Стокса при  $Re \rightarrow \infty$  отличается от решения уравнений Эйлера на конечную величину. Это означает, что сходимость решений при  $Re \rightarrow \infty$  не является равномерной (прим.: речь идет именно о зоне за ударными волнами. Внутри ударных волн это всегда так.).

При  $M=1.7$  в окрестности тройной точки углы наклона ударных волн и структура течения зависят от числа Рейнольдса, даже в координатах, нормированных на длину пробега, что отражается на распределении численных данных в плоскости давление-угол поворота потока (Рис. 2). Их изменение при увеличении числа Рейнольдса приводит к тому, что параметры течения за отраженной и маховской волнами постепенно приближаются к параметрам, предсказываемым трехволновой теорией. При  $Re \rightarrow \infty$  уменьшаются не только размеры области, в которой наблюдаются отличия от невязкого решения, но и сама величина этих отличий стремится к нулю (прим.: речь идет именно о зоне за ударными волнами.).

## 5. Иллюстрации, визуализация результатов.

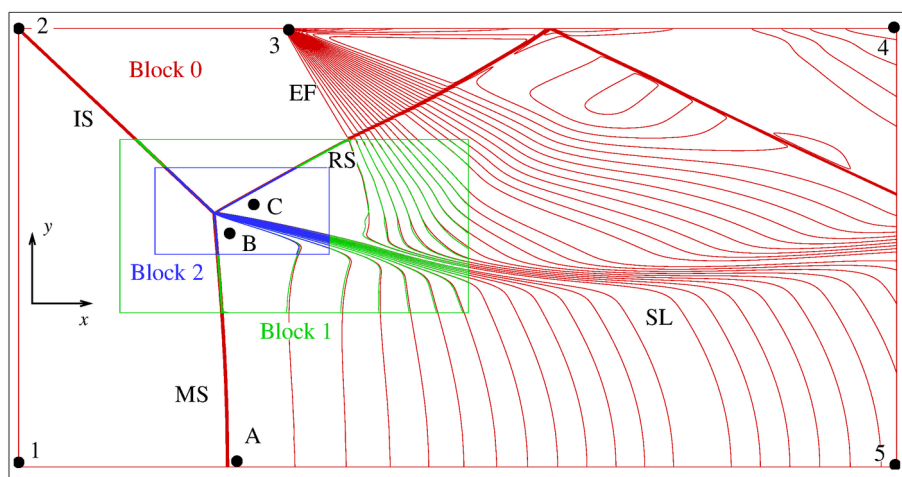


Рис. 1. Схема течения и расчетные области для отражения сильных ударных волн. IS — падающий скачок, RS — отраженный скачок, MS — ножка Маха, SL — слой смешения (контактный разрыв в невязком случае). Граница 12 — входная граница для газа с параметрами набегающего потока, 23 — параметры согласно соотношениям Рэнкина—Гюгонно, 34, 15 — условия симметрии, 45 — сверхзвуковой выход газа. Точки A, B, C соответствуют точкам в плоскости давление-угол поворота потока на Рис. 2.

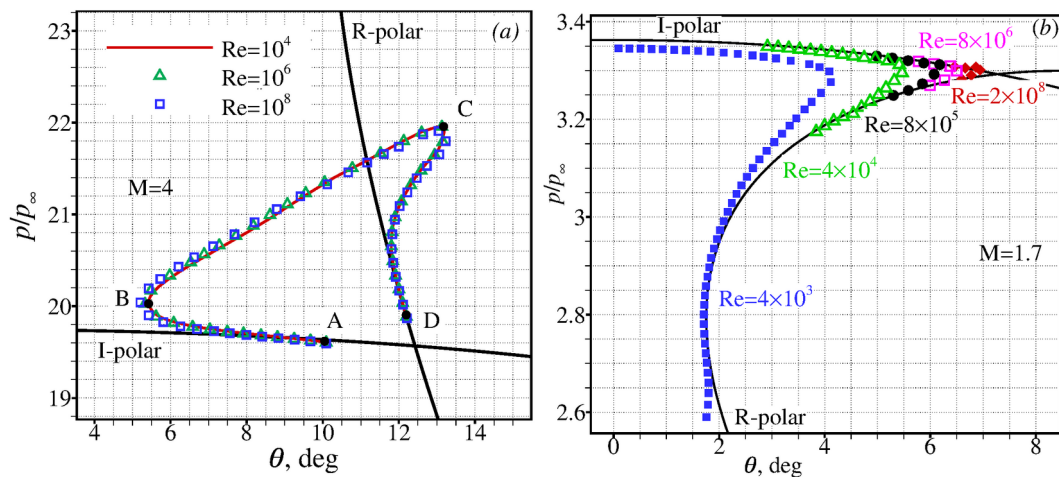


Рис. 2. Ударные поляры и результаты численного моделирования в плоскости давление-угол поворота потока. I-polar — поляра подпущей ударной волны, R-polar — поляра отраженной ударной волны,  $p$  — давление,  $p_\infty$  — давление в набегающем потоке,  $\Theta$  — угол поворота потока в градусах. (a) Число Маха  $M=4$  при числах Рейнольдса  $Re=10^4$ ,  $10^6$ ,  $10^8$ , (b) Число Маха  $M=1.7$  при числах Рейнольдса  $Re=4 \times 10^3$ ,  $4 \times 10^4$ ,  $8 \times 10^5$ ,  $8 \times 10^6$ ,  $2 \times 10^8$ .

### Эффект от использования кластера в достижении целей работы.

Эффект от использования кластера в достижении целей работы значительный, поскольку большое количество расчетов, требуемое для данной работы, невозможно на современных персональных компьютерах.

### Перечень публикаций, содержащих результаты работы.

Shoey, G., Kudryavtsev, A., Khotyanovsky, D., & Bondar, Y. (2023). Viscous effects in Mach reflection of shock waves and passage to the inviscid limit. *Journal of Fluid Mechanics*, 959, A2. doi:10.1017/jfm.2023.89