

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЕ

Тема работы: Асимптотика распределений TAMSD для временных рядов плотности турбулентной плазмы.

Состав коллектива: Аркашов Н. С., Институт математики им. Соболева (г. Новосибирск).

Информация о гранте: Программа фундаментальных научных исследований СО РАН, проект FWNF-2024-0001.

Научное содержание работы:

1. Постановка задачи.

С помощью численного моделирования проводится исследование сходимости распределений центрированной и нормированной последовательности среднеквадратичного смещения по времени (TAMSD). В качестве базового процесса анализируется стационарный временной ряд плотности турбулентной плазмы ($N = 200\,000$ измерений, шаг $\tau = 1$ мкс), зарегистрированный в периферийной области удержания термоядерной установки Токамак Т-10.

2. Современное состояние проблемы.

Анализ TAMSD представляет особый интерес как метод идентификации типа переноса в системе. Измерения в зоне интенсивного турбулентного переноса характеризуются явлением перемежаемости и наличием дальних корреляций. Величина TAMSD вычисляется по квадратам приращений плотности, что делает итоговую статистику максимально чувствительной к вкладу редких высокоэнергетических событий (когерентных структур или блобов). Исследование экстремальных флуктуаций через анализ тяжелых хвостов распределений имеет критическое значение для вероятностной оценки пиковых тепловых нагрузок на первую стенку реактора.

3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы.

В качестве инструмента оценки распределений используется метод обратной функции моделирования стационарных негауссовских процессов, позволяющий генерировать независимые аналоги исходной выборки плотностей плазмы. Реализованы два алгоритмических подхода:

- Первый способ основан на численном решении уравнения относительно неизвестных значений выборочной ковариационной функции

и поиске ортогональных матриц для моделирования гауссовского вектора.

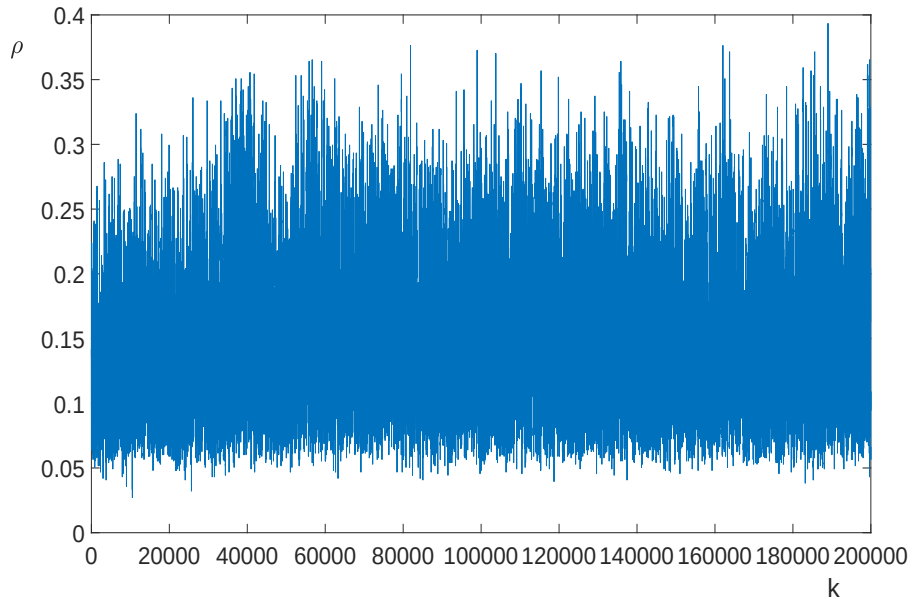
- Второй способ использует стандартный фрактальный шум с параметром Хёрста $H^* = 0.80$ для точного сохранения асимптотического поведения и дальнего характера зависимости исходной выборки.

Выполнено масштабное математическое моделирование: сгенерировано 10^6 независимых реализаций выборок объемом от 10^4 до $7 \cdot 10^4$ элементов. Оценка близости распределений проводилась с использованием критерия Колмогорова-Смирнова, а аппроксимация вероятностей — с помощью линейных регрессионных моделей.

4. Полученные результаты.

- Статистически обоснована справедливость центральной предельной теоремы для последовательности TAMSD. В ходе численного моделирования выявлена стабилизация параметра однородности h вблизи оценки $H^* \approx 0.80$.
- Установлен логарифмический принцип больших уклонений, позволяющий количественно описать асимптотику вероятностей экстремальных флуктуаций в турбулентной плазме.
- Доказана сходимость распределений нормированных величин TAMSD к предельному закону распределения.

5. Иллюстрации, визуализация результатов.



Фиг 1. График временного ряда значений плотности плазмы, $\rho = (\rho_k)_{k=1, \dots, 2 \cdot 10^5}$.

6. Эффект от использования кластера в достижении целей работы.

Реализация алгоритма требовала генерации 10^6 независимых выборок стандартных нормальных величин значительного объема (до 70 000 элементов в каждой), построения кумулятивных сумм, вычисления матричных преобразований высоких порядков (до A_{50000}) и проверки их положительной определенности. Проведение подобного численного моделирования по методу Монте-Карло на обычных рабочих станциях невозможно из-за высоких требований к оперативной памяти и времени счета. Использование ресурсов суперкомпьютерного кластера ИВЦ НГУ (с применением ПО MATLAB R2013b) стало определяющим фактором для успешного выполнения расчетов и статистического обоснования асимптотических соотношений.

Перечень публикаций, содержащих результаты работы

1. N. S. Arkashov, “Asymptotics of TAMSD distributions for turbulent plasma density time series”, Theoret. and Math. Phys., 228:2 (2026), 1456–1472. DOI: 10.1134/S004057792608012X.