

Радиационные поправки к процессу $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ в следующем за главным порядке теории возмущений.

Козлов Михаил Геннадьевич, канд. физ.-мат. наук

*Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, научный сотрудник
Новосибирский государственный университет, старший преподаватель*

Аннотация

В работе были вычислены однопетлевые радиационные поправки в рамках квантовой электродинамики к сечению процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$, где все фотоны на массовой поверхности и кроме того учитывается масса мюона. Результат получен в аналитической форме и реализован в виде функций на языке программирования C. Функции могут быть использованы для вычисления полного сечения рассеяния, дифференциального сечения и для построения генераторов событий. С использованием аналитического результата получены некоторые численные результаты для полного сечения и для дифференциальных сечений.

Грант: РФФИ 16-32-60033, “Вычисление петлевых интегралов с помощью дифференциальных уравнений и их применение в важнейших физических приложениях”, руководитель Козлов М.Г., 2016–2018

1 Постановка задачи.

В работе был рассмотрен процесс аннигиляции двух гамма квантов в пару мюон-антимюон и гамма квант $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$. Для данного процесса был вычислен аналитически квадрат амплитуды в следующем за главным приближении $T(s, s_1, s_2, t_1, t_2)$, с учетом массы мюона. Полученный результат был реализован в виде функций на языке С. Для демонстрации результата требуется получить численный результат для физически наблюдаемых величин: сечения рассеяния и некоторых функций распределения. Сечение рассеяния выражается через четырехмерный интеграл по физической области от произведения квадрата амплитуды и фазового объема (1). Четырехмерный интеграл, через который выражается сечение рассеяния, вычисляется численно методом Монте Карло.

2 Современное состояние проблемы.

Квадрат амплитуды и сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ в следующем за главным приближении вычислено впервые, полученные численные и аналитические результаты являются абсолютно новыми.

3 Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы.

Выражение для сечения имеет вид:

$$\sigma = \frac{1}{2s(2\pi)^5} \int \frac{\pi dt_1 ds_2}{8s\sqrt{\lambda(s, s_2, m^2)}} \Theta[-G(s, t_1, s_2, 0, 0, m^2)] \times \int ds_1 \Theta[-G(s_1, s_2, s, 0, m^2, m^2)] \int_0^{2\pi} d\lambda_1 T(s, s_1, s_2, t_1, t_2(s, s_1, s_2, t_1, \lambda_1)) \quad (1)$$

где $\Theta(x)$ функция Хевисайда, λ_1 — спиральный угол:

$$\cos \lambda_1 = \frac{([\vec{k}_1 \times \vec{p}_1], [\vec{p}_1 \times \vec{p}_2])}{|[\vec{k}_1 \times \vec{p}_1]| |[\vec{p}_1 \times \vec{p}_2]|} \quad (2)$$

в системе центра масс,

$$G(x, y, z, u, v, w) = v^2 w + u^2 z + u((w-x)(y-v) - (v+w+x+y)z + z^2) + x(y(x+y-z) + w(z-y)) + v(w^2 + y(z-x) - w(x+y+z)). \quad (3)$$

Функция $\lambda(x, y, z)$ имеет вид

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz. \quad (4)$$

Лоренцевский инвариант t_2 выражается через спиральный угол следующим образом:

$$t_2(s, s_1, s_2, t_1, \lambda_1) = 1 + \frac{2\sqrt{G(s, t_1, s_2, 0, 0, m^2)G(s_1, s_2, s, 0, m^2, m^2)} \cos(\lambda_1)}{\lambda(s, s_2, m^2)} + \frac{(s_1 - m^2)(s_2 - m^2)(s_2 - t_1) + s^2(t_1 - m^2) - s((2m^2 + s_1)t_1 + s_2(s_1 + t_1 - 4m^2) - m^4)}{\lambda(s, s_2, m^2)}. \quad (5)$$

Выражение (1) было использовано для численных вычислений сечения и поправки к сечению. Интегрирование выполнялось методом Монте Карло используя алгоритм *Vegas*, реализованный в библиотеке *GSL*. Интегрирование проводилось в 4-мерном пространстве.

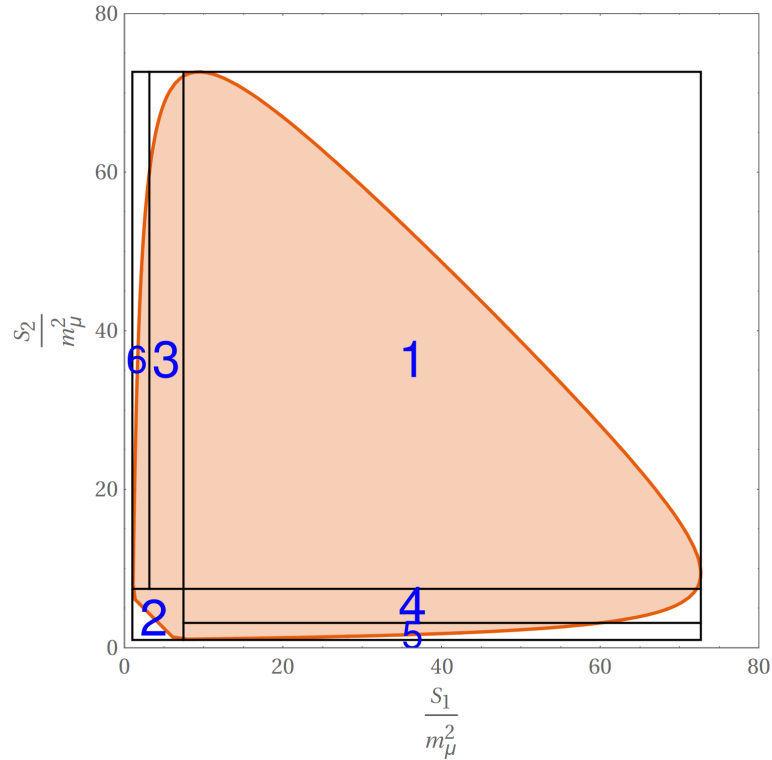


Рис. 3. На рисунке показан метод разбиения на области интегрирования в s_1 - s_2 плоскости для энергии начального фотона $\sqrt{s}/2 = 500$ МэВ. Оранжевый цвет обозначает физическую область инвариантов s_1 и s_2 . Области 5, 6 дают основной вклад в поправку к сечению.

4 Полученные результаты.

Поправка к сечению рассеяния может быть представлена в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_{born}(1 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3), \quad (6)$$

где σ_{born} — сечение в главном приближении, δ_1 — виртуальные поправки, δ_2 — виртуальные поправки от фермионного бокса (рассеяние света на свете) и δ_3 — реальные поправки.

Численный результат для поправок к сечению представлен в таблице:

ω_1 , МэВ	σ_{born} , нб	δ_1	δ_2	δ_3	δ_{2u}
200	20.25(1)	0.0279(5)	-0.00235(6)	-0.00210(1)	-0.000363(1)
300	29.73(1)	0.031(3)	-0.00225(5)	-0.0021(1)	-0.000260(1)
500	25.93(1)	0.0277(8)	-0.00173(5)	-0.0046(2)	-0.000173(1)
1000	13.90(1)	0.015(1)	-0.00070(5)	-0.0094(2)	-0.000103(1)

В таблице использованы следующие обозначения: ω_1 — энергия начального фотона в системе центра масс, δ_{2u} — поправка δ_2 с учетом только u-кварка. При вычислении были использованы следующие физические параметры:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 1/137.04 \text{ (константа тонкой структуры)}, \\
 m_\mu &= 105.7 \text{ МэВ, (масса мюона)}, \\
 m_e &= 0.511 \text{ МэВ, (масса электрона)}, \\
 m_u &= 2.0 \text{ МэВ, (масса u-кварка)}.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Были вычислены дифференциальные сечения по инвариантным массам фотона и мюона, а также по инвариантным массам мюонов. Результаты численных расчетов представлены на картинках ниже:

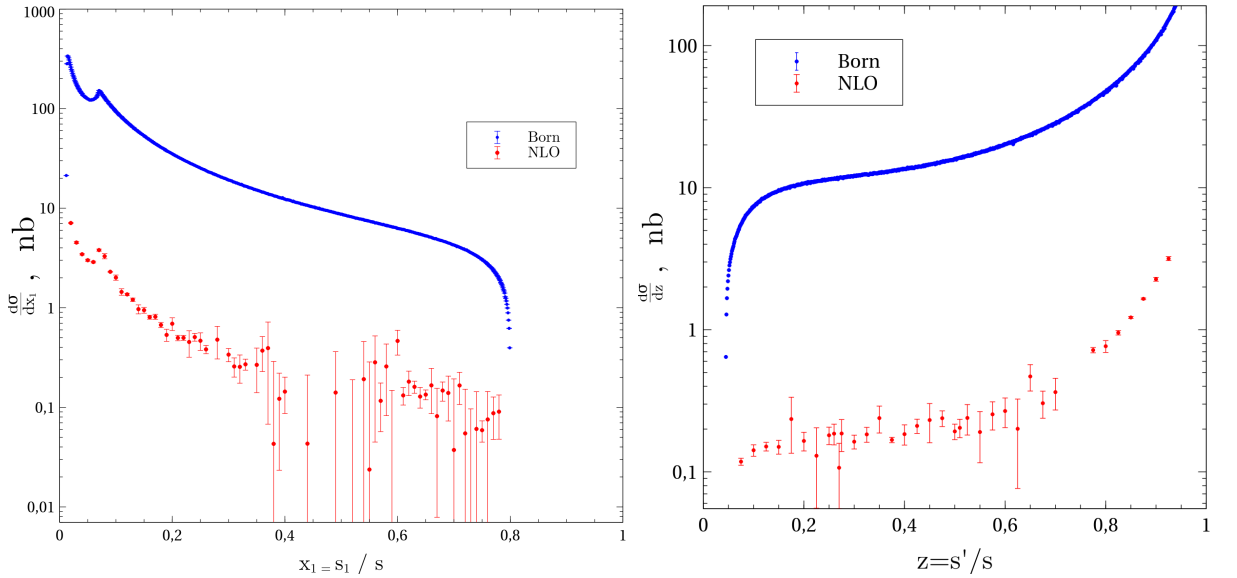


Рис. 1. Зависимость дифференциального сечения (главного приближения “Born” и поправки “NLO”) от инвариантной массы мюона и фотона $s_1 = (p_1 + k_1)^2$ на левой картинке. На правой картинке зависимость дифференциального сечения от инвариантной массы мюонов $s' = (p_1 + p_2)^2$. Энергия начального фотона в системе центра масс $\sqrt{s}/2 = 500$ МэВ.

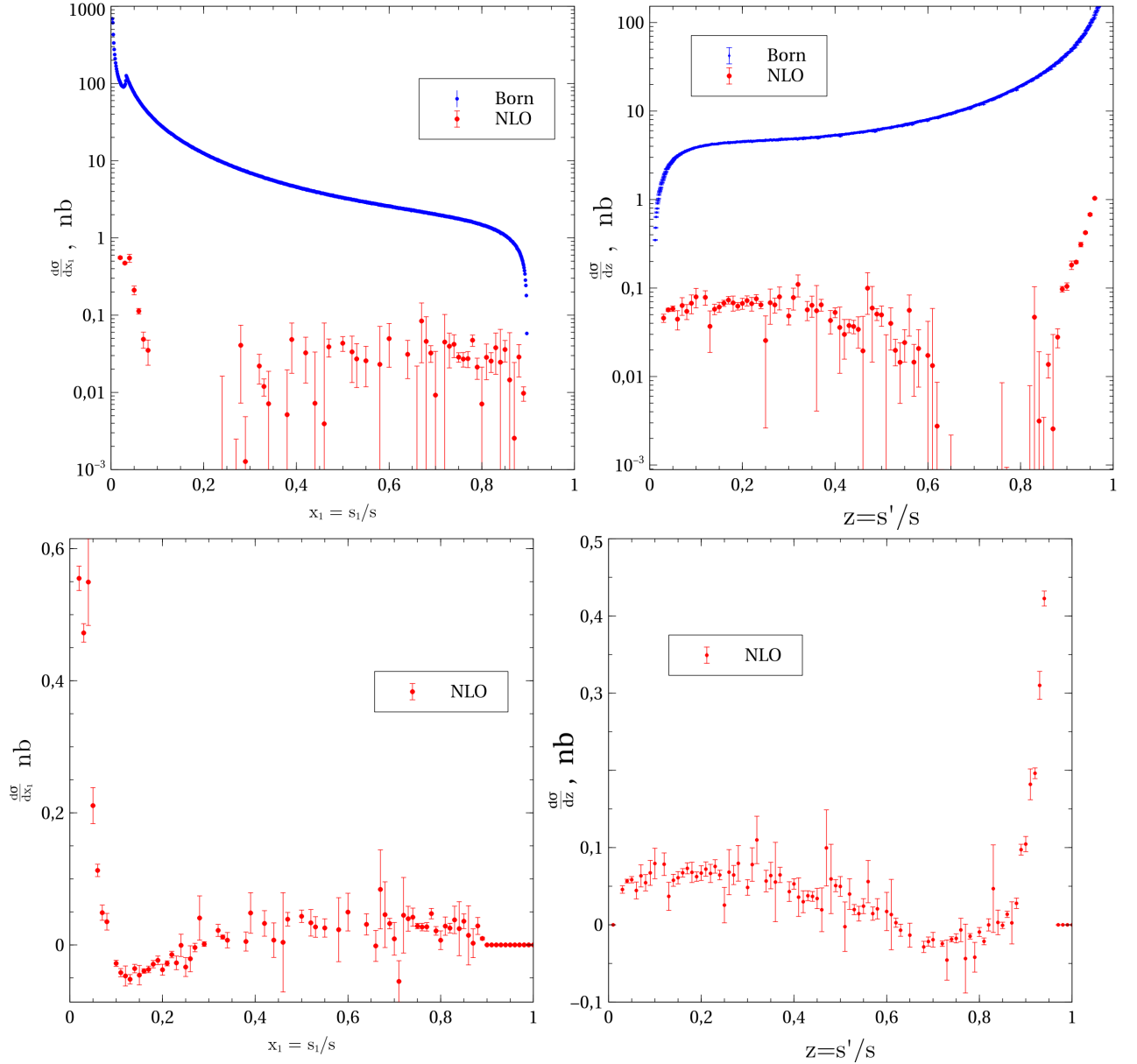


Рис. 2. Зависимость дифференциального сечения (главного приближения “Born” и поправки “NLO”) от инвариантной массы мюона и фотона $s_1 = (p_1 + k_1)^2$ на левых картинках. На правых картинках зависимость дифференциального сечения от инвариантной массы мюонов $s' = (p_1 + p_2)^2$. Энергия начального фотона в системе центра масс $\sqrt{s}/2 = 1000$ МэВ. Верхние картинку имеют логарифмический масштаб, а нижние картинку обычный масштаб.

5 Эффект от использования кластера в достижении целей работы.

Для построения графиков дифференциальных сечения в зависимости от лоренцевского инварианта необходимо было вычислить порядка 100 точек на каждый график. Вычисление дифференциального сечения в одной точке занимает около 20 часов. Использование вычислительного кластера позволило существенно сократить время для вычисления диф-

ференциальных сечений благодаря возможности запустить одновременно около 50 задач.

Список литературы

- [1] Mikhail G. Kozlov, Next to leading order QED corrections to the process $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$, arXiv:1712.07896 (last revised 26 Feb 2019)
- [2] Mikhail G. Kozlov, Next to leading order QED corrections to the process $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$, Nucl. Phys. B, (отдано в редакцию 27 февраля 2019, номер манускрипта NPВ-D-19-00100)
- [3] Source code gg-mumug at GitLab