

Двумерное моделирование нелинейной стадии взаимодействия электронного пучка с замагниченной плазмой

И.В.Тимофеев

*Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера, 630090, Новосибирск, Россия
Новосибирский Государственный Университет, 630090, Новосибирск, Россия*

С помощью двумерного электромагнитного PIC (Particles In Cells) кода проведено моделирование нелинейной стадии взаимодействия электронного пучка малой плотности с плазмой. Исследованы особенности формирования когерентных структур в фазовом пространстве пучка в условиях возбуждения широкого спектра колебаний, а также изучено влияние внешнего магнитного поля на сценарий их нелинейной эволюции. В изотропной плазме в условиях доминирования косых неустойчивостей обнаружен нелинейный механизм раскачки филаментационных возмущений, а также идентифицированы механизмы нарастания вторичных неустойчивостей, возникающих в системе после формирования квазистационарной нелинейной ВГК волны. Показано, что в слабом магнитном поле поток энергии из первоначально неустойчивых волн идет на возбуждение более коротковолновых преимущественно продольных колебаний, а в сильном поле на возбуждение вистлеров с косым распространением.

PACS numbers: 52.35.Qz, 52.40.Mj, 52.35.-g

I. Введение

Исследование различных аспектов пучково-плазменного взаимодействия имеет важное значение для понимания широкого круга явлений как в космической, так и в лабораторной плазме. В последнее время особый интерес был прикован к тем режимам взаимодействия электронного пучка с плазмой, которые характерны либо для схемы быстрого поджига мишени в инерциальном термоядерном синтезе, либо для явлений в ионосферной и космической плазме. В связи с этим в теоретических и численных исследованиях последних лет предпочтение отдавалось изучению неустойчивостей электронных потоков сравнимой плотности. Так, в случае изотропной плазмы проведена ревизия результатов линейной теории, относящихся к этому режиму, и определены области параметров, в которых доминируют различные типы неустойчивых колебаний [1, 2]. С помощью двумерных [3–5] и трехмерных [6–8] PIC расчетов проведено моделирование нелинейной стадии эволюции системы плазма-пучок в рамках так называемой временной задачи и исследованы эффекты совместного нарастания филаментационно-вейбелевской и двухпотоковой неустойчивости. Что касается замагниченной плазмы, то основное внимание здесь было уделено исследованию механизмов формирования и последующего разрушения нелинейных фазовых структур (электронных дыр), возникающих в процессе насыщения двухпотоковой неустойчивости [9–14].

Данная работа направлена на исследование сценария нелинейной эволюции пучково-плазменной системы в случае малой плотности пучка $n_b \ll n_p$, а также на изучение тех изменений, которые происходят в этом сценарии под действием внешнего

магнитного поля. Очевидно, что качественно картины взаимодействия слабых и сильных пучков с плазмой оказываются во многом схожими, тем не менее, на наш взгляд, необходимо обратить более пристальное внимание на процесс последовательной перекачки энергии от одних мод к другим. Наш интерес к этому вопросу мотивирован тем, что нелинейная динамика пучка в поле возбуждаемых колебаний, приводящая к обмену энергией между модами во временной задаче, играет также важную роль и в задаче об инжекции пучка через плазменную границу. В одномерных расчетах [15] был обнаружен режим релаксации пучка, в котором даже в состоянии развитой турбулентности с установившимся широким спектром колебаний взаимодействие пучка с резонансными волнами носило регулярный характер, причем длина когерентности поля в этих волнах оказывалась достаточной для захвата частиц пучка. Таким образом, нелинейность пучка в этих расчетах приводила к корреляции фаз резонансных гармоник и формированию когерентных волновых пакетов, мощность накачки энергии в которые благодаря захвату пучка оказывалась ограниченной. Важным аргументом против того, что такой турбулентный режим реально существует, является одномерность задачи. В связи с этим интересно выяснить, какую роль играет нелинейная динамика пучка в процессе раскачки достаточно широкого двумерного спектра колебаний и приводит ли многомодовый характер неустойчивости к разрушению нелинейных корреляций между модами. С этой целью при моделировании нелинейной стадии неустойчивости мы ограничимся рассмотрением временной задачи с периодическими граничными условиями, в которой взаимодействие резонансных с пучком мод в течение продолжительного времени обусловлено только нелинейностью пучка.

Статья имеет следующую структуру. В части II приведены физические параметры изучаемой системы плазма-пучок и численные параметры используемой модели. В части III исследуется линейная стадия развития пучково-плазменной неустойчивости и проводится сравнение результатов PIC расчетов с теорией. Затем в части IV приведены результаты моделирования нелинейной стадии взаимодействия пучка с плазмой и исследовано влияние внешнего магнитного поля на последовательную перекачку волновой энергии в процессе нелинейного взаимодействия между модами. В заключительной части V обсуждаются основные результаты работы.

II. Параметры численного эксперимента

Рассмотрим релаксацию электронного пучка с относительной плотностью $n_b/n_p = 0.002$, направленной скоростью $v_b/c = 0.382$ (c – скорость света) и температурой $T_b = 10$ эВ в однородной плазме с температурой $T_e = 60$ эВ. Такой набор параметров представляет интерес для экспериментов по турбулентному нагреву плазмы в открытых ловушках [16, 17]. Поскольку для удержания плазмы в этих системах используется внешнее магнитное поле B , величину которого можно характеризовать отношением циклотронной $\omega_c = eB/(m_e c)$ и плазменной $\omega_p = (4\pi e^2 n_p/m_e)^{1/2}$ частот электронов $\Omega = \omega_c/\omega_p$, имеет смысл рассмотреть три различных случая $\Omega = 0$, $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$ (e и m_e здесь обозначают заряд и массу электрона).

Для моделирования нелинейной эволюции пучково-плазменной системы в работе используется двумерный электромагнитный PIC код с периодическими граничными условиями для частиц и полей. Расчет стартует из состояния, в котором заряд и ток движущегося вдоль x пучка полностью скомпенсирован зарядом и током плазмы. Размер области $L_x \times L_y = 360\Delta x \times 384\Delta y$ и шаг пространственной сетки $\Delta x = \Delta y = 0.02c/\omega_p$ выбраны так, чтобы моды с $k_x = 6\pi/L_x = \omega_p/v_b$ попадали в черенковский резонанс с невозмущенным пучком, а дебаевский радиус электронов плазмы был сравним с размером одной ячейки. Временное разрешение в модели выбрано равным $\tau = 0.01\omega_p^{-1}$, а приемлемый уровень шума в расчетах достигается при использовании 256 частиц каждого сорта в ячейке. Кроме электронов пучка и электронов плазмы, в модели учитывается также и динамика ионов, имеющих массу $m_i = 1836m_e$.

III. Линейная стадия неустойчивости

Выясним сначала, какие плазменные колебания оказываются неустойчивыми согласно линейной

теории и как магнитное поле влияет на инкремент их нарастания. Благодаря малому разбросу пучка по скоростям неустойчивость основных мод должна развиваться в гидродинамическом режиме. В этом случае спектр собственных колебаний, существующих в системе плазма-пучок, определяется из уравнения

$$\left| k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\alpha\beta} \right| = 0, \quad (1)$$

где компоненты тензора диэлектрической проницаемости даются выражениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{n_b}{n\gamma^3} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2} \\ &\quad - \frac{n_b}{n\gamma} \frac{k_y^2 v_b^2}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ &\quad - \frac{n_b}{n\gamma} \frac{(\omega - k_x v_b)^2}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= - \frac{n_b k_y v_b (\omega - k_x v_b) \omega_p^2}{n\gamma \omega^2 \left[(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2 \right]}, \\ \varepsilon_{zx} = -\varepsilon_{xz} &= i \frac{n_b}{n\gamma^2} \frac{k_y v_b \omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} &= -i \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ &\quad - i \frac{n_b}{n\gamma^2} \frac{(\omega - k_x v_b) \omega_c}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}. \end{aligned}$$

Система координат здесь выбрана таким образом, что направление движения пучка и магнитного поля совпадает с направлением x , а волновой вектор имеет компоненты $\mathbf{k} = (k_x, k_y, 0)$.

В пространственно периодической системе с размерами $L_x \times L_y$ возможные значения волновых чисел ограничены следующими дискретными наборами:

$$k_x = \frac{2\pi n}{L_x} = \frac{\omega_p n}{3v_b}, \quad k_y = \frac{2\pi m}{L_y} = \frac{\omega_p m L_x}{3v_b L_y},$$

поэтому в дальнейшем положение любой моды системы на плоскости (k_x, k_y) будем характеризовать двумя целыми числами n - m . При выбранных параметрах пучка неустойчивыми оказываются колебания только с $n = 0, 1, 2, 3$. Зависимости инкремента неустойчивости от поперечного волнового числа при таких n , полученные в результате численного решения дисперсионного уравнения, показаны на рисунках 1(а)-(с). Видно, что при переходе от изотропной плазмы, где должны доминировать почти поперечные колебания, к плазме с сильным магнитным полем происходит полное

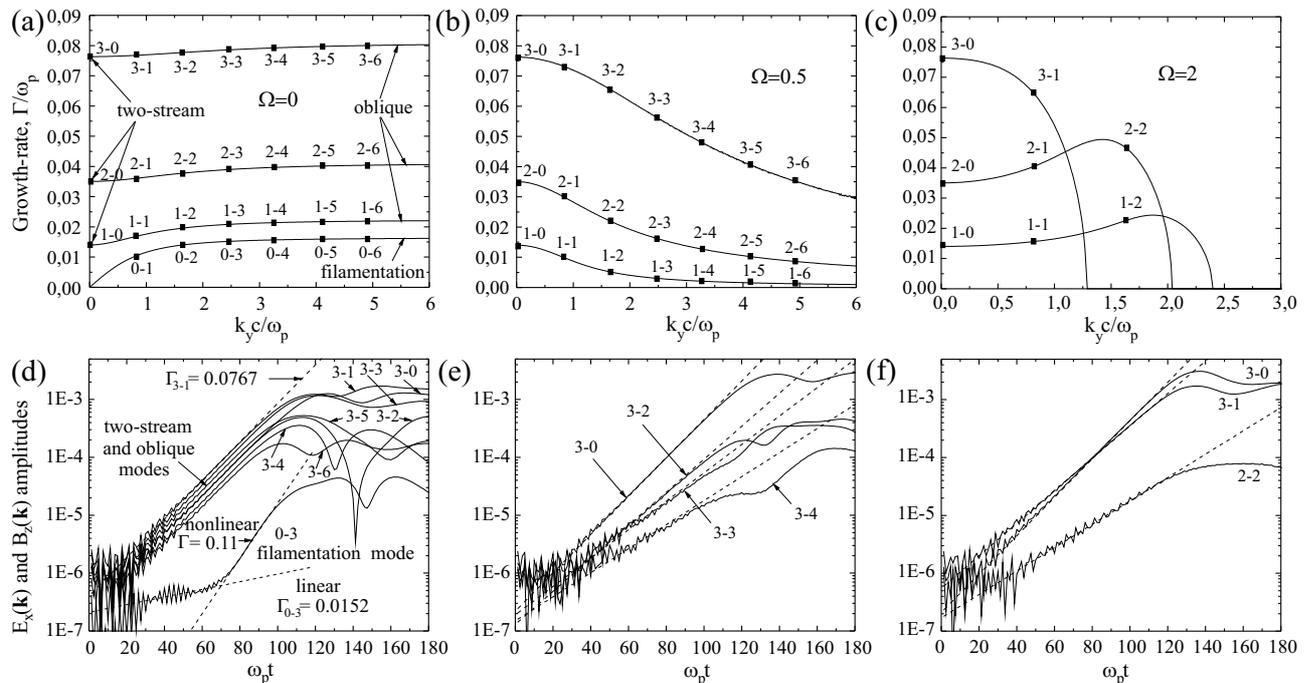


Рис. 1: (a)–(c) Инкременты нарастания различных мод в системе плазма-пучок, предсказываемые линейной теорией при различных значениях внешнего магнитного поля. (d)–(f) Линейная стадия нарастания амплитуд Фурье-гармоник полей E_x и B_z для основных неустойчивых мод в PIC расчетах.

подавление филаментационной неустойчивости и существенное снижение эффективности раскачки косых волн.

Выясним теперь, насколько детально предсказания линейной теории согласуются с результатами PIC расчетов. Как видно из рисунков 1 (d)–(f), амплитуды Фурье-гармоник полей E_x и B_z на начальном этапе действительно проходят стадию экспоненциального роста, но при этом не все моды растут с предсказанными инкрементами. Как показывают расчеты, нарастание доминирующих мод существенно влияет на раскачку более медленных неустойчивостей с таким же поперечным волновым числом. Действительно, из рис. 1 (d) видно, что в случае изотропной плазмы скорости нарастания мод $3-m$ вплоть до больших номеров m хорошо согласуются с предсказаниями линейной теории, подтверждая гидродинамический характер наблюдаемой неустойчивости. Неустойчивость же баллистических мод $1-m$ и $2-m$ в условиях доминирования колебаний с $n = 3$ оказывается подавленной. Что касается чисто поперечных филаментационных возмущений, то на примере моды 0-3 видно, что их экспоненциальный рост с линейным инкрементом, едва заметный на фоне тепловых шумов, довольно быстро переходит в нелинейный режим с инкрементом, существенно превышающим максимальный инкремент линейной теории. Нелинейная природа такого поведения

филаментационных мод в расчетах подтверждается тем, что к моменту времени $\omega_p t = 75$ флуктуации плотности пучка по абсолютной величине оказываются сравнимыми с его невозмущенной плотностью.

В слабом магнитном поле $\Omega = 0.5$ снижение эффективности раскачки косых мод $3-m$ хорошо воспроизводится в PIC расчетах, при этом моды $1-m$ и $2-m$ по-прежнему оказываются устойчивыми. При переходе к сильному магнитному полю происходит значительное сужение спектра неустойчивых колебаний, в результате чего, кроме мод 3-0 и 3-1, экспоненциальный рост с предсказуемым инкрементом испытывает только мода 2-2, которая в отличие от предыдущих случаев попадает в такой диапазон поперечных волновых чисел, внутри которого она оказывается доминирующей.

IV. Нелинейная стадия

Прежде чем более детально обсуждать сценарии нелинейной эволюции системы плазма-пучок и механизмы взаимодействия мод в трех различных случаях $\Omega = 0$, $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$, опишем основные этапы нелинейной стадии взаимодействия пучка с плазмой. На рис. 2 показано изменение со временем амплитуд полей E_x доминирующих мод. В изотропной плазме на начальном этапе захвата пучка

наиболее высокий уровень насыщения имеют моды 3-0 и 3-1. Получившееся нелинейное равновесие, однако, оказывается неустойчивым относительно нарастания более коротковолновых колебаний с $n = 4$ и $n = 5$. Основную роль среди этих первоначально

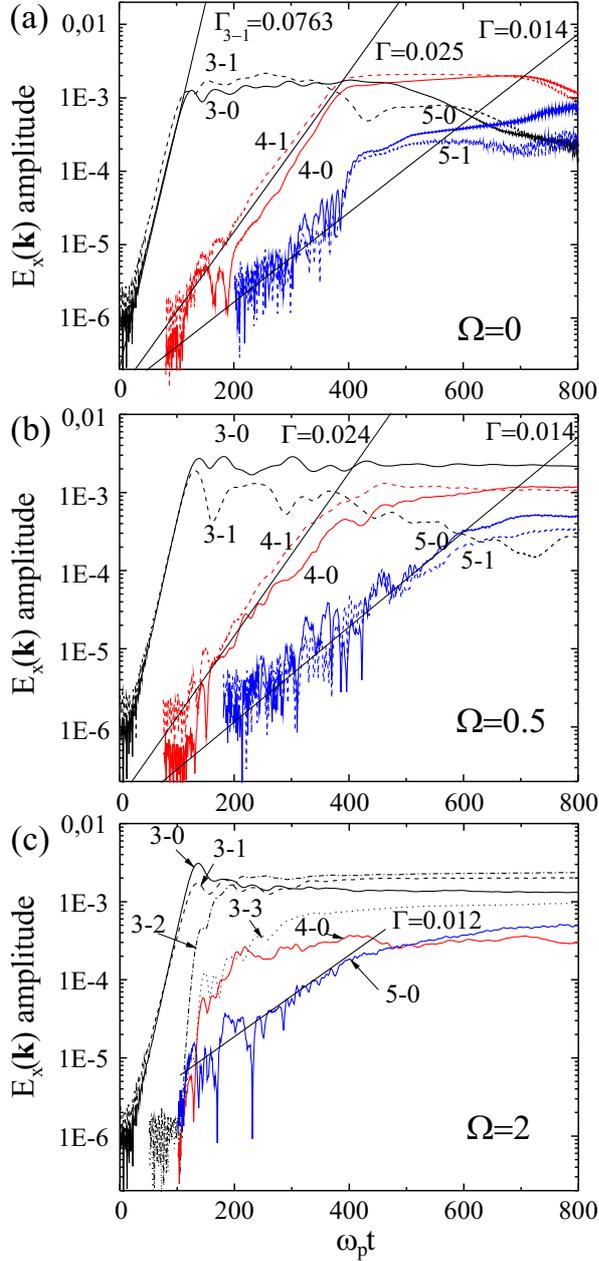


Рис. 2: Изменение со временем амплитуд доминирующих Фурье-гармоник поля E_x на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия при $\Omega = 0$ (a), $\Omega = 0.5$ (b) и $\Omega = 2$ (c).

устойчивых колебаний играют моды с малыми углами распространения ($m = 0, 1$). Как видно из рис. 2 (a), в среднем по времени рост этих колебаний является экспоненциальным, а уровень насыщения вторичной

неустойчивости оказывается так высок, что моды 4-0 и 4-1 с некоторого момента времени начинают доминировать в спектре. Дальнейшее затухание всех мод связано с развитием модуляционной неустойчивости и поглощением волновой энергии электронами плазмы.

Включение слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$ не приводит к существенному изменению картины нелинейной эволюции системы. По-прежнему вслед за насыщением доминирующих в спектре первоначально неустойчивых мод 3-0 и 3-1 наблюдается раскачка вторичных неустойчивостей с теми же средними значениями инкремента, что и в случае без магнитного поля (рис. 2 (b)). При этом в состоянии насыщения колебания с $n = 4$ уже не играют доминирующей роли. Существенное изменение в характере спектральной перекачки энергии на нелинейной стадии неустойчивости происходит только при переходе к сильному магнитному полю $\Omega = 2$. В этом случае с появлением захвата пучка полями волн 3-0 и 3-1 возбуждение первоначально устойчивых косых мод 3- m становится гораздо более эффективным, чем раскачка почти продольных колебаний с $n = 4$ и $n = 5$ (рис. 2 (c)).

А. Случай изотропной плазмы $\Omega = 0$

Для более детального изучения последовательного сценария нелинейной эволюции системы плазма-пучок будем следить за тем, как меняются со временем пространственная плотность пучка $n_b(x, y)$ и его функция распределения по импульсам на фазовых плоскостях (x, p_x) и (x, p_y) (рис. 3).

Итак, нелинейным последствием преимущественной раскачки почти электростатических косых мод 3- m является захват пучка в направлении их распространения. Действительно, на промежутке времени от $\omega_p t = 75.1$ до $\omega_p t = 100.5$ на рис. 3 отчетливо наблюдается процесс модуляции плотности пучка под действием косых волн с последующим образованием характерных вихревых структур в его фазовом пространстве. Как уже было замечено, начало этой стадии совпадает по времени с переходом филаментационной неустойчивости в нелинейный режим раскачки. Обсудим возможный механизм нелинейного возбуждения чисто поперечных филаментационных возмущений.

Модуляция плотности пучка в электрическом поле неустойчивых мод 3- m и 3-(- m) приводит к нарастанию возмущений плотности со следующей структурой

$$\delta n_b \propto e^{i\omega_p(x/v_b - t) + \Gamma_{3-m}t} \cos(2\pi y m / L_y).$$

Здесь мы пренебрегли отличием вещественной части частоты моды 3- m от ω_p . Поскольку наравне с

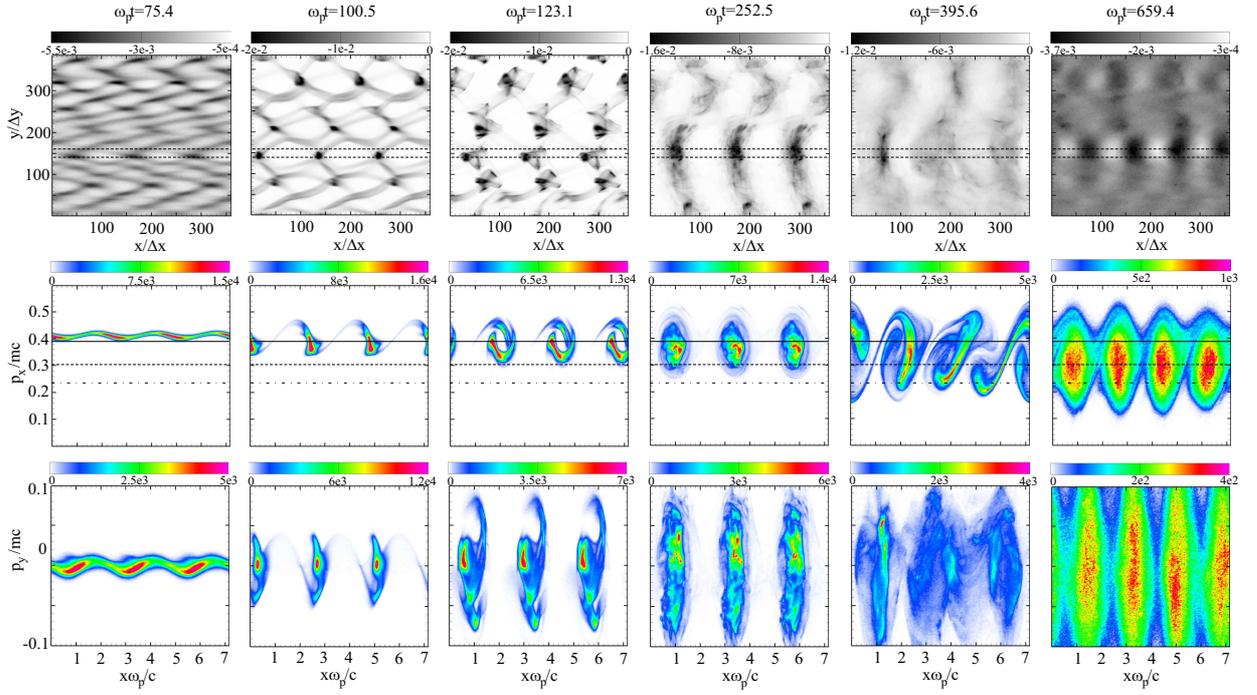


Рис. 3: Эволюция пространственной плотности пучка (верхний ряд) и его фазовых плоскостей (x, p_x) (средний ряд) и (x, p_y) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в изотропной плазме. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получены фазовые плоскости (x, p_x) и (x, p_y) . На фазовой плоскости (x, p_x) прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 4-0 (пунктирная) и 5-0 (штрихпунктирная).

этим возмущением растет возмущение продольной скорости пучка под действием моды 3-0

$$\delta v_b \propto e^{i\omega_p(x/v_b - t) + \Gamma_{3-0}t},$$

в продольном токе появляются нелинейные слагаемые

$$\delta j_x \propto \delta n_b \delta v_b \propto e^{(\Gamma_{3-m} + \Gamma_{3-0})t} \cos(2\pi y m / L_y),$$

приводящие к генерации магнитного поля B_z с такой же пространственной структурой. Таким образом, на стадии, когда относительные возмущения плотности и скорости пучка еще можно считать малыми, филаментационные возмущения $0-m$ благодаря этому нелинейному процессу должны нарастать практически с удвоенным инкрементом Γ_{3-0} . В расчетах скорость этого роста оказывается несколько меньше, что, по-видимому, объясняется довольно быстрым выходом процесса из слабонелинейного режима.

Как видно, в процессе захвата пучок разбивается на сгустки, локализованные в пространстве как в поперечном, так и в продольном направлениях. Видно также, что вдоль x эти сгустки выстраиваются друг за другом, формируя отдельные токовые слои. Поскольку при взаимодействии с косыми волнами пучок приобретает значительный разброс по поперечным импульсам, различные токовые

слои интенсивно обмениваются частицами и последовательно сливаются в один. Параллельно этому идет процесс перемешивания частиц пучка на фазовых плоскостях (x, p_x) и (x, p_y) с образованием квазистационарной нелинейной ВГК-волны, амплитуда которой в отличие от одномерного случая оказывается локализованной в поперечном направлении.

Исследуем теперь устойчивость образовавшейся нелинейной волны. Как уже было замечено, на данном этапе в системе начинают нарастать более коротковолновые почти продольные колебания с $n = 4$ и $n = 5$. Экспоненциальный характер нарастания вторичных неустойчивостей говорит о том, что начальная стадия их раскачки может быть описана теорией, линеаризованной по амплитудам неустойчивых возмущений. В качестве невозмущенного состояния, однако, в нашем случае нельзя рассматривать однородную систему плазма-пучок пусть и с увеличенным разбросом пучка. Механизм возбуждения колебаний здесь отличен от черенковского. Как видно из рисунков 2 и 3, неустойчивость моды 5-0, например, начинает нарастать раньше, чем появляются частицы пучка, удовлетворяющие условию черенковского резонанса (на плоскости (x, p_x) импульс, соответствующий фазовой скорости

этой моды, обозначен штрихпунктирной линией). Более адекватным теоретическим подходом в данном случае является анализ устойчивости одномерной (однородной вдоль y) нелинейной ВГК-волны, представляющей собой точное стационарное решение системы уравнений Власова–Пуассона. Согласно теории, развитой в работах [18, 19], эффективный обмен энергией между плазменными колебаниями с частотой ω и волновым числом k и нелинейной ВГК-волной с фазовой скоростью v_0 и баунс-частотой ω_b осуществляется при выполнении следующих резонансных условий $\omega = kv_0 + N\omega_b$. Вычислим в рамках этой теории инкременты нарастания продольных мод 4-0 и 5-0, раскачиваемых на резонансах $N = -1$ и $N = -3$ соответственно.

Воспользуемся результатами работы [19], сделав следующие упрощения. Будем считать, что подавляющая часть частиц пучка сконцентрирована на дне потенциальной ямы с параболическим профилем $V(x) = -e\varphi_0(1 - k_0^2x^2/2)$, а их функция распределения $f(W)$ постоянна внутри следующего диапазона энергий $-e\varphi_0 < W < -0.9e\varphi_0 = W_0$ (φ_0 здесь обозначает амплитуду электрического потенциала в нелинейной ВГК-волне). Все частицы пучка тогда совершают баунс-колебания с одинаковой частотой $\omega_b = k_0(e\varphi_0/m)^{1/2}$, а их максимальное отклонение от центра ямы определяется длиной

$$a = \frac{1}{k_0} \sqrt{2 \left(\frac{W_0}{e\varphi_0} + 1 \right)}.$$

Теория Гольдмана [19] в этом случае дает следующее дисперсионное уравнение

$$(\varepsilon(k, \omega) + \chi_{0,0}) (\varepsilon(k - 2k_0, \omega - 2\omega_0) + \chi_{-2,-2}) = \chi_{0,-2}^2, \quad (2)$$

где

$$\chi_{l,s} = -\omega_p^2 \frac{n_T}{n_p} \sum_{N=1}^{\infty} \frac{4N^2 J_N(z_l) J_N(z_s)}{z_l z_s ((\omega - kv_0)^2 - N^2 \omega_b^2)},$$

$\varepsilon(k, \omega)$ – линейная диэлектрическая проницаемость плазмы без ВГК-волны, J_N – функции Бесселя от аргумента $z_j = (k + jk_0)a$, а n_T – средняя по длине плотность захваченных частиц. Для вычисления инкремента нарастания моды 4-0 в дисперсионном уравнении достаточно учесть вклады резонансов только с $N = 1$. Численное решение этого уравнения тогда дает следующую зависимость инкремента неустойчивости от баунс-частоты захваченных электронов (рис. 4). Из рисунка видно, что при той амплитуде нелинейной волны, которая наблюдается в PIC расчетах, наилучшее согласие теории с численным экспериментом достигается при условии, что эффективная плотность частиц, захваченных на дне потенциальной ямы, оказывается несколько меньше полной плотности пучка $n_T = 0.9n_b$. Если в полученном дисперсионном уравнении при тех

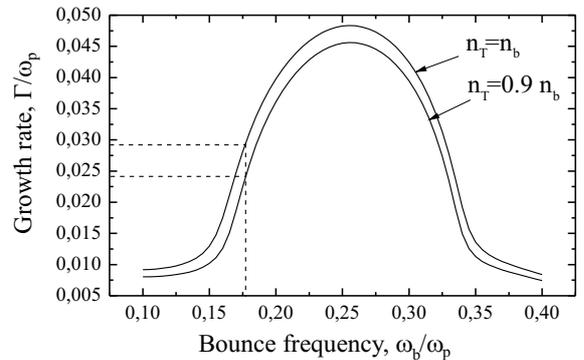


Рис. 4: Зависимость инкремента нарастания моды 4-0 от баунс-частоты захваченных электронов в одномерной ВГК-волне.

же параметрах нелинейной волны учесть вклады резонансов с $N = 3$, то удастся объяснить также и неустойчивость моды 5-0, инкремент нарастания которой предсказывается на уровне $\Gamma/\omega_p \simeq 0.015$. Кроме строго продольных мод 4-0 и 5-0, которые могут быть предсказаны теорией, в расчетах со сравнимыми инкрементами нарастают также и колебания с малыми углами распространения 4- m и 5- m .

Что касается нелинейного насыщения вторичных неустойчивостей, то этот процесс на промежутке времени $\omega_p t = 395.6 \div 659.4$ (рис. 3) сопровождается трансформацией ВГК-волны с $n = 3$ в другую ВГК-волну с $n = 4$. Из характера движения частиц пучка на фазовой плоскости (x, p_x) видно, что энергия в моду 4-0 поступает не только от пучка, который замедляется при захвате в эту более медленную волну, но и от первоначально доминирующей моды 3-0, которая в процессе нелинейного взаимодействия с другими модами теряет практически всю свою энергию.

На следующей стадии в игру вступают плазменные нелинейности, и образовавшаяся ВГК-волна с $n = 4$ разрушается благодаря локальному (по y) развитию модуляционной неустойчивости с последующим нагревом части электронов плазмы.

В. Случай слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$

В слабом магнитном поле благодаря снижению эффективности раскачки косых волн основную роль на нелинейной стадии неустойчивости играют две моды 3-0 и 3-1. Насыщение роста их амплитуд определяется захватом пучка, причем в выбранной локальной по y области этот процесс практически не отличается от одномерного. Рисунок 5 действительно показывает, что в моменты времени $\omega_p t = 115.6$ и $\omega_p t = 252.5$ на фазовой плоскости (x, p_x) идет процесс перемешивания частиц внутри области захвата,

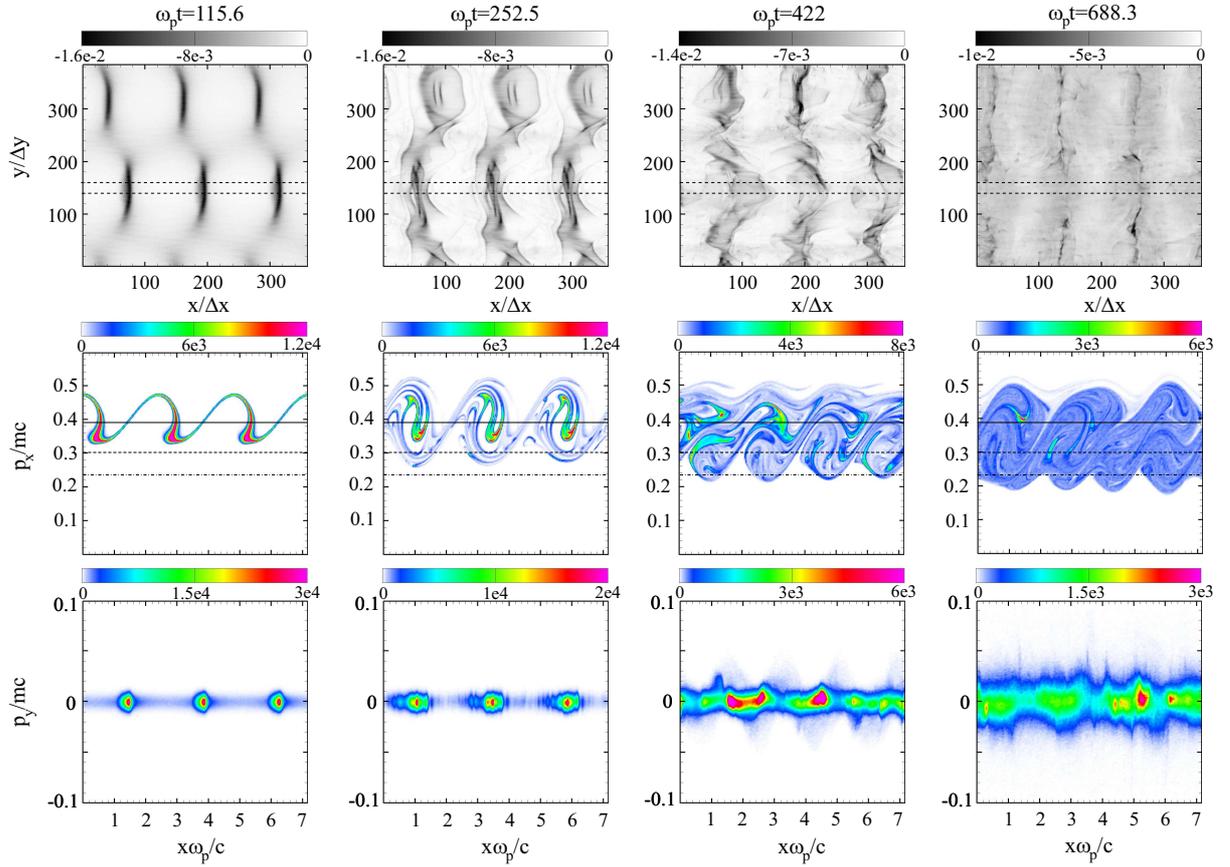


Рис. 5: Эволюция пространственной плотности пучка (верхний ряд) и его фазовых плоскостей (x, p_x) (средний ряд) и (x, p_y) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в случае слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получены фазовые плоскости (x, p_x) и (x, p_y) . На фазовой плоскости (x, p_x) прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 4-0 (пунктирная) и 5-0 (штрихпунктирная).

определяемой модой 3-0, без заметного изменения разброса пучка по поперечным импульсам.

Благодаря последующему затуханию моды 3-1 в системе формируется почти одномерная ВГК-волна. Поскольку амплитуда этой нелинейной волны сравнима с той, которая образуется в изотропной плазме, вторичные неустойчивости почти продольных мод с $n = 4$ и $n = 5$ растут с такими же средними инкрементами, что и в предыдущем случае (рис. 2(b)). Насыщение этих колебаний, однако, теперь не сопровождается почти полной перекачкой энергии из первоначально неустойчивых мод в более коротковолновую часть спектра. Как видно из рисунка 5, демонстрирующего фазовую плоскость (x, p_x) в моменты времени $\omega_p t = 422$ и $\omega_p t = 688.3$, частицы пучка одновременно совершают сложные вихревые движения как в поле волн с $n = 3$, так и в поле вторичных колебаний с $n = 4$. Что касается поперечного разброса пучка, представленного на фазовой плоскости (x, p_y) , то его увеличение под действием косых волн 4-1 и 4-2 оказывается гораздо

более слабым по сравнению со случаем изотропной плазмы.

Таким образом, включение слабого магнитного поля существенно уменьшает роль косых неустойчивостей, благодаря чему нелинейная стадия пучково-плазменного взаимодействия начинается с квазиодномерного захвата пучка полем почти продольно распространяющихся ленгмюровских волн. Формирование ВГК-волны приводит к нарастанию вторичных sideband неустойчивостей. В отличие от предыдущего случая нелинейное взаимодействие между первоначально неустойчивыми и вторичными модами оказывается более слабым и не приводит к полной перекачке волновой энергии в более коротковолновые колебания с малыми углами распространения. В квазистационарном состоянии доминирующие в спектре моды 3-0 и 4-0 теперь имеют сравнимые амплитуды.

С. Случай сильного магнитного поля $\Omega = 2$

В сильном магнитном поле спектр линейно неустойчивых колебаний значительно сужается. По-прежнему насыщение роста доминирующих мод 3-0 и 3-1 определяется захватом пучка, причем роль косой моды оказывается здесь более заметной. На рисунке 6, где показаны пространственные распределения продольного электрического поля E_x и плотности пучка, а также его фазовая плоскость (x, p_x) , видно, что захват частиц в различных областях по y начинается в разное время. К моменту $\omega_p t = 187.1$, когда еще не произошло фазовое перемешивание частиц и образование квазистационарной ВГК-волны, в системе уже успевают раскачаться первоначально устойчивые колебания 3-2, 3-3 и 4-0. Все эти моды попадают в черенковский резонанс с захваченным пучком, однако скачкообразный характер их нарастания не позволяет однозначно выяснить, какой из механизмов раскачки (черенковский или нелинейный) играет определяющую роль.

Как видно из рисунка 2(с), после насыщения вторичных неустойчивостей в спектре доминируют моды 3- m , причем наибольшую амплитуду имеет косая волна 3-2. Чтобы определить, к какой ветви плазменных колебаний принадлежат вторичные моды с $m \geq 2$, необходимо определить вещественную часть их частоты. Это можно сделать, зная соотношение между компонентами полей E_x , E_y и B_z

$$\omega(\mathbf{k}) = \frac{c}{B_z(\mathbf{k})} (k_x E_y(\mathbf{k}) - k_y E_x(\mathbf{k})).$$

Подстановка в эту формулу результатов численных расчетов показала, что частота интересующих нас мод хорошо совпадает с частотой замагниченных электронных колебаний или так называемых электростатических вистлеров.

Доминирование в спектре мод с $n = 3$ хорошо заметно также и на фазовой плоскости пучка. На рисунке 6 с момента времени $\omega_p t = 252.5$ отчетливо видны вихревые структуры, образуемые модами 3- m с различными номерами m . Благодаря различию в продольной фазовой скорости, области захвата этих мод движутся относительно друг друга, однако когда x -координаты центров образуемых ими потенциальных ям сравниваются, поля различных мод когерентно складываются, образуя единую потенциальную яму, в которой происходит перемешивание частиц из различных зон захвата. Как видно из пространственной структуры электрического поля и плотности пучка в моменты времени $\omega_p t = 252.5$ и $\omega_p t = 715.9$, область, в которой происходит когерентное сложение полей различных мод, локализована в поперечном направлении и движется вдоль y . Интенсивное перемешивание частиц в этой области приводит к тому, что нелинейное взаимодействие мод с одинаковым

продольным волновым числом оказывается гораздо более эффективным, чем взаимодействие мод с различными n .

Таким образом, в плазме с достаточно сильным магнитным полем нелинейное взаимодействие между модами через общие захваченные частицы приводит к преимущественной перекачке энергии из первоначально неустойчивых волн в косые волны с тем же самым продольным волновым числом. Несмотря на нелинейное возбуждение колебаний, распространяющихся под углом к направлению магнитного поля, разброс пучка по поперечным импульсам в этом случае остается неизменным на протяжении всего процесса взаимодействия с плазмой.

V. Обсуждение результатов моделирования

Итак, двумерные численные расчеты показали, что коллективное взаимодействие холодного электронного пучка малой плотности с изотропной плазмой идет по следующему сценарию. Преимущественная линейная раскачка косых волн заканчивается захватом пучка в направлении их распространения и увеличением его разброса по поперечным импульсам. Что касается филаментационной неустойчивости, то линейная теория для неё в нашем случае предсказывает довольно низкие значения инкремента. Несмотря на это, с некоторого момента времени поперечные электромагнитные возмущения в системе демонстрируют быстрый рост благодаря нелинейному взаимодействию первоначально неустойчивых колебаний. Одновременное нарастание двухпоточковой, косой и филаментационной неустойчивости приводит к тому, что пучок разбивается на отдельные сгустки, локализованные как в продольном, так и поперечном направлении. Токовые слои, сформированные из этих сгустков, затем проходят стадию последовательных слияний с последующим образованием квазистационарной ВГК-волны, амплитуда которой локализована по y . Данное нелинейное равновесие оказывается неустойчивым относительно колебаний, частота которых в системе отсчета ВГК-волны кратна баунс-частоте захваченных электронов, при этом инкремент нарастания вторичных продольных волн хорошо предсказывается одномерной теорией. На стадии насыщения вторичных неустойчивостей нелинейное взаимодействие между модами приводит к тому, что волновая энергия из первоначально неустойчивых мод почти полностью передается более коротковолновым колебаниям с малыми углами распространения. Благодаря этому в системе сначала формируется локализованная по y ВГК-волна с $k_{\parallel} > \omega_p/v_b$, а затем происходит её разрушение из-за развития модуляционной неустойчивости.

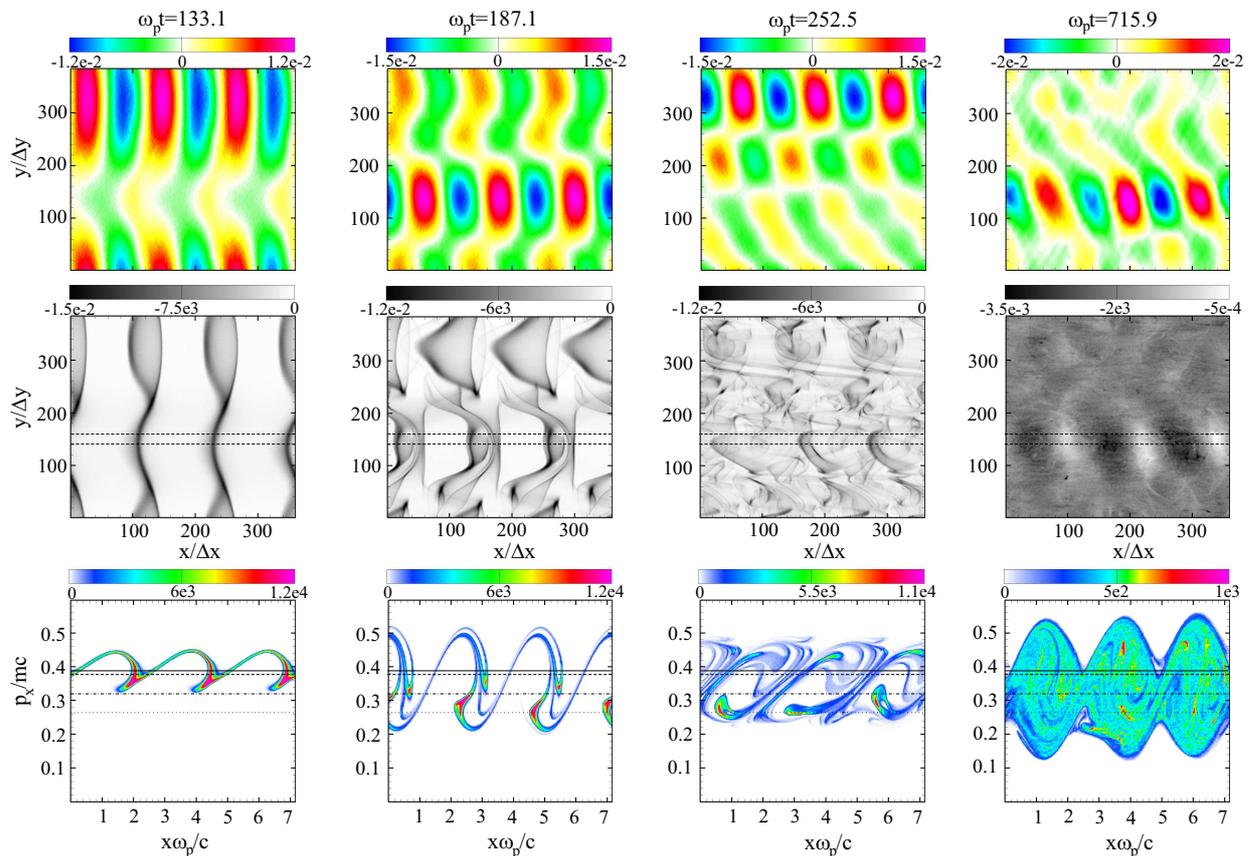


Рис. 6: Эволюция пространственного распределения поля E_x (верхний ряд), пространственной плотности пучка (средний ряд) и его фазовой плоскости (x, p_x) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в случае сильного магнитного поля $\Omega = 2$. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получена фазовая плоскость (x, p_x) . На фазовой плоскости прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 3-1 (пунктирная), 3-2 (штрихпунктирная) и 3-3 (точечная).

Включение слабого магнитного поля уменьшает роль косых неустойчивостей, благодаря чему нелинейная стадия взаимодействия пучка с плазмой начинается с квазиодномерного захвата и формирования одномерной ВГК-волны и не сопровождается увеличением разброса пучка по поперечным импульсам. Несмотря на то, что sideband неустойчивости более коротковолновых колебаний $4-m$ и $5-m$ растут с такими же средними инкрементами, что и в изотропной плазме, уровень насыщения вторичных мод оказывается более низким. Направление перекачки волновой энергии преимущественно вдоль k_{\parallel} на стадии насыщения в этом случае сохраняется, однако эффективность нелинейного взаимодействия между первичными и вторичными модами уменьшается.

Переход к сильному магнитному полю почти не влияет на начальную стадию захвата пучка линейно неустойчивыми волнами с почти продольным распространением, зато существенно модифицирует спектр вторичных колебаний, возникающих в процессе нелинейного взаимодействия между модами

через общие захваченные частицы. Теперь волновая энергия из первоначально неустойчивых колебаний более эффективно передается косым волнам с тем же самым значением продольного волнового числа. Это означает, что поток энергии в данном случае преимущественно направлен вдоль k_{\perp} .

Чтобы понять причину, благодаря которой с увеличением магнитного поля меняется направление перекачки волновой энергии на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия, рассмотрим все типы плазменных колебаний, которые попадают в черенковский резонанс с захваченным пучком. На рис. 7 представлены зависимости импульса электрона, вычисленного по продольной фазовой скорости волны

$$\frac{p_w}{mc} = \left(\left(\frac{k_{\parallel} c}{\omega_k} \right)^2 - 1 \right)^{-1/2},$$

от поперечного волнового числа для различных типов колебаний и различных значений магнитного поля. Квадратами здесь отмечены моды, разрешенные конечными размерами системы, а их цвет указывает

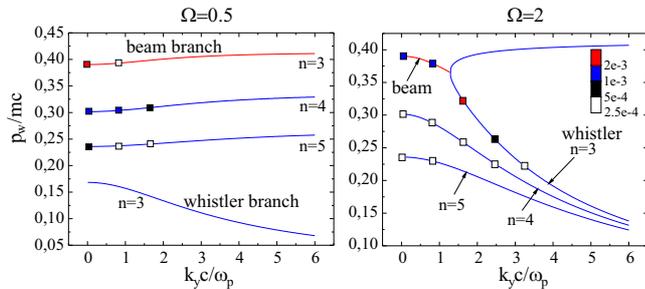


Рис. 7: Зависимость импульса электрона, вычисленного по продольной фазовой скорости волны, от поперечного волнового числа в слабом $\Omega = 0.5$ и сильном $\Omega = 2$ магнитном поле (красными линиями выделены линейно неустойчивые ветви колебаний, синими — линейно устойчивые).

на величину амплитуды, до которых успели дорасти эти моды к концу расчета. Различие между двумя случаями $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$ связано с тем, что на дисперсионных кривых неустойчивая пучковая ветвь в слабом магнитном поле соединяется с ветвью верхнегибридных колебаний, а в сильном поле с ветвью вистлеров. В первом случае фазовая скорость на неустойчивой ветви растет с ростом k_{\perp} , а во втором падает, причем при переходе с этой ветви на первоначально устойчивые вистлеры с $n = 3$ фазовая скорость продолжает уменьшаться. Таким образом, для объяснения

наблюдаемого распределения волновой энергии между модами можно сформулировать следующие правила. (i) Взаимодействие различных мод через общие захваченные частицы оказывается более эффективным, если моды имеют одинаковое продольное волновое число (это видно из характера движения частиц на фазовой плоскости (x, p_x)), и (ii) энергия в процессе нелинейного взаимодействия между модами передается волнам с меньшей фазовой скоростью. Это объясняет, почему в слабом поле линейно неустойчивые моды $3-m$ с $m > 0$ несмотря на достаточно большой инкремент нарастания либо стабилизируются на весьма низком уровне, либо, как мода $3-1$, теряют свою энергию на более поздней нелинейной стадии. В отсутствие более медленных колебаний с $k_{\parallel} = \omega_p/v_b$ волновая энергия в слабом поле начинает перекачиваться в волны с $k_{\parallel} > \omega_p/v_b$, которые нарастают благодаря side-band неустойчивости. В сильном магнитном поле, напротив, открывается возможность эффективной передачи энергии от первоначально неустойчивых мод $3-0$ и $3-1$ более медленным электростатическим вистлерам с таким же k_{\parallel} , благодаря чему на нелинейной стадии взаимодействия пучка с плазмой в этом случае возбуждаются преимущественно косые волны.

This work is supported by Russian Science Support Foundation, President grants MD-4704.2007.2 and NSh-2749.2006.2, and Russian Ministry of Education grant RNP.2.1.1/11062.

-
- [1] A. Bret, L.Gremillet, D. Benisti and E. Lefebvre, Phys. Rev. Lett. **100**, 205008 (2008).
 - [2] A. Bret, L. Gremillet and D. Benisti, Phys. Rev. E **81**, 036402 (2010).
 - [3] L. Gremillet, D. Benisti, E. Lefebvre, A. Bret, Phys. Plasmas **14**, 040704 (2007).
 - [4] J. T. Frederiksen and M. E. Dieckmann, Phys. Plasmas **15**, 094503 (2008).
 - [5] X. Kong, J. Park, C. Ren, Z.M. Sheng, and J.W. Tonge, Phys. Plasmas **16**, 032107 (2009).
 - [6] A. Karmakar, N. Kumar A. Pukhov, O. Polomarov and G. Shvets, Phys. Plasmas **15**, 120702 (2008).
 - [7] A. Karmakar, N. Kumar A. Pukhov, O. Polomarov and G. Shvets, Phys. Rev. E **80**, 016401 (2009).
 - [8] A. Bret, L.Gremillet and M.E. Dieckmann, Phys. Plasmas **17**, 120501 (2010).
 - [9] M. Oppenheim, D.L. Newman, and M.V. Goldman, Phys. Rev. Lett. **83**, 2344 (1999).
 - [10] L. Muschietti, I. Roth, C.W. Carlson, and R.E. Ergun, Phys. Rev. Lett. **85**, 94 (2000).
 - [11] D.L. Newman, M.V. Goldman, M. Spector, and F. Perez, Phys. Rev. Lett. **86**, 1239 (2001).
 - [12] N. Singh, S. M. Loo, and B. E. Wells, J. Geophys. Res. **106**, 21183, DOI: 10.1029/2001JA900056 (2001).
 - [13] T. Umeda, Y. Omura, T. Miyake, H. Matsumoto, and M. Ashour-Abdalla, J. Geophys. Res. **111**, A10206, DOI: 10.1029/2006JA011762 (2006).
 - [14] T. Umeda, Phys. Plasmas **15**, 064502 (2008).
 - [15] I.V. Timofeev and A.V.Terekhov, Phys. Plasmas **17**, 083111 (2010).
 - [16] A.V. Burdakov, A.A. Ivanov, E.P. Kruglyakov, Plasma Phys. Control. Fusion **52**, 124026 (2010).
 - [17] A.V. Burdakov, A.V. Arzhannikov, V.T. Astrelin, A.D. Beklemishev, A.A. Ivanov, I.A. Kotelnikov, E.P. Kruglyakov, S.V. Polosatkin, V.V. Postupaev, S.L. Sinit-sky, I.V. Timofeev, and V.P.Zhukov, Fusion Sci. Technol. **59**(1T), 9 (2011).
 - [18] W.L. Kruer, J.M. Dawson, and R. Sudan, Phys. Rev. Lett. **23**, 838 (1969).
 - [19] M.V. Goldman, Phys. Fluids **13**, 1281 (1970).