ОТЧЕТ О ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБОРУДОВАНИЯ ИВЦ НГУ

1. Аннотация

Нелинейная динамика когерентных солитонных структур, которые возникают во многих физических системах, начиная от волоконно-оптических линий связи и волнах на воде до конденсата Бозе–Эйнштейна, представляет собой широкое поле экспериментальных, теоретических и численных исследований. Феномен модуляционной неустойчивости усложняет поведение солитонов, создавая широкий спектр нелинейных эффектов, таких как экспоненциальный рост определенных гармоник и образование экстремальных амплитудных структур волн — волн-убийц. Кроме того, добавление, нестабильного по отношению к малым возмущениям, постоянного фона в систему приводит к появлению нового класса когерентных структур, называемых бризерами, которые имеют глубокое математическое и физическое описанием, в том числе при помощи метода обратной задачи рассеяния (МОЗР).

2. Тема работы: “Численное решение прямой задачи для бризеров”

3. Состав коллектива

1) Мулляджанов Илья Илхамович, аспирант 2-го года, ИАиЭ СО РАН
2) Гелаш Андрей Александрович, к.ф.-м.н, ИАиЭ СО РАН

4. Информация о гранте

-

5. Научное содержание работы

5.1. Постановка задачи

Задача состоит в модификации алгоритма для численного решения прямой задачи для бризеров на возмущенном неустойчивом фоне с учетом фазы на левом и правом конце.

5.2. Современное состояние проблемы

Метод Боффеты – Осборна известен и широко используется для локализованных потенциалов. Также сформулированы схемы для применения к потенциалам с ненулевыми граничными условиями, но поскольку фон имеет два параметра: амплитуду и фазу, но в схемах фаза не была учтена. Класс пространственно локализованных бризеров включает в себя бризеры Кузнецова – Ма и бризера Таджири – Ватанабе. Причем в последних фаза фона на левом и правом конце отличаются. Адаптированный нами алгоритм позволяет полноценно применять его к пространственно локализованным бризерам, что ранее было недоступно.

5.3. Подробное описание работы и полученные результаты.

Рассматривается модель фокусирующего одномерного нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) (1) в присутствии нестабильного постоянного фона, на котором могут существовать когерентные волновые структуры — бризеры. В качестве фона рассматривается решение НУШ (2), имеющее такие параметры, как амплитуда A и фаза Θ.

$$i\psi_t + \frac{1}{2}\psi_{xx} + |\psi|^2\psi = 0, \tag{1}$$

$$\psi_0 = Ae^{i\Theta + \mathrm{i}A^2 t}, \tag{2}$$

При помощи метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) исследуется задача численного получения данных рассеяния для бризеров, локализованных в пространстве. Для них был обобщен классический алгоритм Боффетты – Осборна [1], изначально разработанный для солитонов. Ключевой элемент подхода заключается в получение соотношений (3), (4) и (5) между коэффициентами рассеяния $a_{tr}(\lambda), b_{tr}(\lambda), a'_{tr}(\lambda)$ и элементами 4×4 матрицы переноса $\mathbf{T}$ для промежутка длины $L,$ выведенными в присутствии постоянного фона с учетом его фазы на левом Θ_- и правом Θ_+ конце.

$$a_{tr}(\lambda) = \frac{e^{2i\zeta L}}{1-p^2}\left\{T_{11} + T_{12}pe^{-i\Theta_-} - T_{21}pe^{i\Theta_+} - T_{22}p^2e^{i(\Theta_+ - \Theta_-)}\right\}, \tag{3}$$

$$b_{tr}(\lambda) = \frac{1}{1-p^2}\left\{-T_{11}pe^{-i\Theta_+} T_{12}p^2e^{i(\Theta_+ - \Theta_-)} + T_{21} + T_{22}pe^{-i\Theta_-}\right\}, \tag{4}$$

$$a'_{tr}(\lambda) = \frac{e^{2i\zeta L}}{1-p^2}\left\{\begin{array}{c} T_{31} + T_{32}pe^{-i\Theta_-} - T_{41}pe^{i\Theta_+} - T_{42}p^2e^{i(\Theta_+ - \Theta_-)} + \\ + \dfrac{2iL\lambda}{\zeta}\left(T_{11} + T_{12}pe^{-i\Theta_-} - T_{21}pe^{i\Theta_+} - T_{22}p^2e^{i(\Theta_+ - \Theta_-)}\right) + \\ + \dfrac{p}{\zeta(1-p^2)}\left(-2T_{11}p - T_{12}(1+p^2)e^{-i\Theta_-} + T_{21}(1+p^2)e^{i\Theta_+} - T_{22}pe^{i(\Theta_+ - \Theta_-)}\right) \end{array}\right\}, \tag{5}$$

где $\zeta = \sqrt{\lambda^2 + A^2}, p = -\frac{iA}{\lambda + \zeta}, T_{ij}$ – элементы матрицы **Т.**

Для численного расчета матрицы рассеяния **Т** используются стандартный метод Боффетты – Осборна второго порядка и недавно разработанные усовершенствованные численные схемы высокого порядка, основанные на разложении Магнуса. Численные эксперименты подтверждают заявленные порядки сходимости разработанных схем (см. рисунок). Таким образом может быть получен полный набор дискретных данных рассеяния $\{\lambda_n, \rho_n\}$. В нашем подходе рассматривается общий случай произвольных фаз конденсата $\Theta_\pm$, что позволяет охватить класс локализованных в пространстве бризеров, за исключением бризера Перегрина и его высокопорядковой аналогии [3].

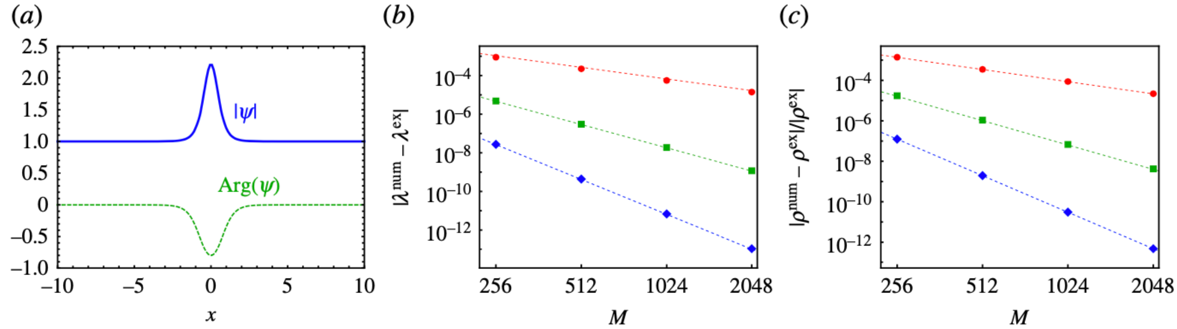

Рис. 1. Тест сходимости разработанного алгоритма. Волновое поле представлено одиночным бризером Кузнецова - Ма, показанным на графике (*a*). Графики (*b, c*) демонстрируют абсолютную ошибку при получении собственного значения λ_n и относительную ошибку для нормирующей константы ρ_n, *M* обозначает число точек дискретизации. Красные точки, зеленые квадраты и синие ромбы на (*b, c*) соответствуют второму, четвертому и шестому порядкам сходимости.

6. Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Использование кластера обеспечило возможность для решения задачи при высокой степени дискретизации, что не представляется возможным при использовании персонального компьютера. Также можно было запускать параллельно схему для поиска нулей коэффициента *a*.

7. Перечень публикаций, содержащих результаты работы.

Mullyadzhanov, Ilya & Gudko, Aleksandr & Mullyadzhanov, Rustam & Gelash, Andrey. (2024). Numerical direct scattering transform for breathers. Proceedings of the Royal Society A. 480. 10.1098/rspa.2023.0529.