

**Тема работы:**

Прямое математическое моделирование переноса дисперсных частиц вязкой несжимаемой жидкостью

**Состав коллектива:**

Есипов Денис Викторович, к.ф.-м.н., с.н.с. ИТ СО РАН;  
Лалин Василий Николаевич, к.ф.-м.н., с.н.с. ИТ СО РАН;  
Чирков Денис Владимирович, к.ф.-м.н., с.н.с. ИТ СО РАН;  
Куранаков Дмитрий Сергеевич, м.н.с. ИТ СО РАН.

**Информация о гранте:**

Грант РФФИ № 17-71-20139 Разработка математических моделей переноса и оседания пропанта и их применение в моделировании процесса гидроразрыва

**Научное содержание работы:****1. Постановка задачи**

Разработка новой вычислительной модели для прямого численного моделирования дисперсных течений в плоском канале и круглой трубе. Модель должна учитывать движение вязкой несжимаемой жидкости, перенос жидкостью твердых частиц и их взаимодействие между собой и стенками проточного тракта. Каждый расчет по такой модели будет нестационарным.

**2. Современное состояние проблемы**

Течения суспензий часто встречаются в природе и технике. Для улучшения понимания протекающих в таких течениях процессов необходимо прямое численное моделирование без усреднения влияния частиц на смесь. В последние одно-два десятилетия появились первые математические модели для такого прямого численного моделирования. В основу этих моделей положены численные методы с использованием либо метода сглаженных частиц, либо метода погруженной границы, либо метода на основе решения решеточных уравнений Больцмана.

В работе [1] с помощью методов динамики частиц и сглаженных частиц была сделана попытка определить эффективную вязкость смеси ньютоновской жидкости с круглыми частицами в плоском канале методами динамики частиц и сглаженных частиц. При этом авторы рассматривали в двумерном приближении малые по размеру частицы (5% от ширины канала) и получили результаты, согласованные с экспериментальными формулами на основе известного гиперболического приближения [2].

В работе [3] двумерное течение жидкости в плоском канале описывается уравнениями Навье – Стокса, а поведение круглых частиц описывается уравнениями движения Ньютона. В правые части этих уравнений добавлены члены описывающие взаимное влияние жидкости и частиц (эйлерово-лагранжев подход). Отметим, что при этом в модели не учитывается взаимодействие частиц между собой. Взаимодействие со стенками канала организовано запретом частицам находиться вне заданного диапазона высоты канала. Ввиду того, что такую нелинейную систему уравнений очень сложно было одновременно проинтегрировать, авторы использовали упрощенные формулы для описания движения частиц.

В настоящее время в мире существует только одна трехмерная численная модель [4], которая удовлетворительно описывает необходимые процессы за исключением взаимодействия частиц. В ней решаются уравнения Навье – Стокса, в которых напряжения ведут себя по разному в зависимости от того, что конкретно находится в расчетном узле в текущий момент времени: жидкость или твердая частица. Уравнения движения сферических частиц разрешаются отдельно. Таким образом, частицы переносятся в потоке естественным образом.

При этом при отслеживании поля скорости, обнаруживается численная диссипация, которая "размазывает" по скорости твердые тела. Более того, со временем возникает несовпадение центров частиц и центров полей скорости, соответствующих частицам. Из-за этого авторы на некоторых шагах по времени применяют специальные процедуры коррекции поля скоростей жидкости и положений центров частиц. Вычислительные модели из [3] и [4] предназначались для исследования движения одной частицы в пуазейлевском потоке жидкости и определения условий захвата потоком и всплытия многих частиц.

Слабо развиты модели тех течений, когда геометрические размеры включений достаточно велики (10-70% от ширины канала) и, очевидно, оказывают существенное обратное влияние частиц на течение.

Список литературы к п. 2:

1. Кузькин В.А., Кривцов А.М., Линьков А.М. Компьютерное моделирование эффективной вязкости смеси проппант-жидкость, используемой при гидроразрыве // ФТПРПИ. 2014. № 1. С. 3-12.
2. Quemada D. Rheology of concentrated disperse systems and minimum energy dissipation principle I. Viscosity-concentration relationship // Rheol. Acta. 1977. Vol. 16, Iss. 1. P. 82-94.
3. Choi H.G., Joseph D.D. Fluidization by lift of 300 circular particles in plane by Poiseuille flow by direct numerical simulation // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 438. P. 101-128.
4. Apte S.V., Mathieu M., Patankar N.A. A numerical method for fully resolved simulation (FRS) of rigid particle-flow interactions in complex flows // J. Comp. Phys. 2009. Vol. 228. P. 2712-2738.

### **3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы**

Разработана оригинальная математическая модель и численный метод совместного решения уравнений для прямого численного моделирования (англ. DNS – Direct numerical simulation) течений вязкой жидкости с частицами в каналах произвольных геометрических форм. Модель позволяет непосредственно рассчитывать движение каждой частицы и все характеристики течения.

Она состоит из уравнений Навье – Стокса для описания течения вязкой несжимаемой жидкости, уравнений движения и вращения каждой частицы как твердого тела и модели столкновений, основанной на эмпирических формулах. Используемые эмпирические формулы получены в результате обработки экспериментальных данных по столкновению частиц с плоским препятствием в жидкости.

Численный метод – это комбинация алгоритма типа SIMPLE второго порядка аппроксимации как по времени, так и по пространству, метода погруженной границы (IBM) и метода дискретных элементов для расчета движения и столкновения частиц. Считается, что все пространство проточного тракта заполнено жидкостью, даже те места в которых находятся частицы. Уравнения Навье – Стокса решаются на эйлеровой прямоугольной расчетной сетке полностью покрывающей проточный тракт. При этом частицы описываются лагранжевой сеткой, состоящей из точек расположенных на поверхности частицы. В общем случае узлы этих двух сеток не совпадают и для интерполирования величин с одной сетки на другую используется дискретный аналог дельта-функции Дирака. Численный метод сконструирован таким образом, чтобы в каждой из точек лагранжевой сетки с заданной точностью выполнялось условие прилипания.

Расчет течения жидкости производится следующим образом (direct forcing method). Сначала вычисляется невозмущенное поле скорости жидкости – это поле не учитывает влияние погруженной границы. Затем вычисляется скорость жидкости в точках лагранжевой сетки и подбирается такая величина силы, действующей на жидкость в этих точках, чтобы

удовлетворялось условие прилипания. После этого вычисляется поле скорости жидкости и давления с добавлением силы действующей на жидкость от погруженной границы.

Расчет движения частиц производится с использованием шага по времени, который на один порядок меньше шага по времени для расчетов течения жидкости. Это сделано для корректной обработки взаимодействия частиц. В случае если частицы находятся близко друг от друга или от стенки, то добавляется сила взаимодействия через тонкий слой жидкости согласно эмпирическим формулам.

Для ускорения расчетов использовались распараллеливание кода программы с помощью технологии OpenMP, а также применение специализированных функций из библиотеки MKL для решения возникающего в алгоритме типа SIMPLE уравнения Пуассона для отыскания поправки давления.

#### 4. Полученные результаты

С помощью разработанной численной модели исследован перенос одиночной сферической частицы течением вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе. Частица вращается и постепенно занимает равновесное положение между стенкой и центром трубы (эффект Сегре – Зильберберга). При этом сила Саффмана, которая является причиной этого эффекта, на 3–4 порядка меньше других сил, влияющих на движение частицы. Результаты расчетов хорошо согласуются (рис. 1) с экспериментальными данными и результатами расчетов с использованием других постановок и численных методов. Впервые детально исследован эффект Сегре – Зильберберга для плоского канала. Установлено, что с увеличением числа Рейнольдса  $Re$  частица занимает устойчивое положение более близкое к стенке. Обнаружено, что при  $Re = 500 - 2000$  частица может занять еще одно устойчивое равновесное положение – ближе к центру канала.

Выполнены расчеты переноса сферических частиц течением жидкости в плоском канале (рис. 2). Частицы имеют плотность вдвое большую, чем жидкость. Построены осредненные профили скорости потока суспензии поперек плоского канала (рис. 3). Профиль скорости по своей форме напоминает пуазейлевский, при этом частицы в среднем распределяются неравномерно по ширине канала.

Исследована зависимость эффективной вязкости получающейся суспензии от объемной концентрации частиц  $c$ . Установлено, что при отсутствии сухого трения между крупными частицами эффективная вязкость суспензии  $\mu$  подчиняется закону Кригера – Догерти с показателем  $n=1$  :

$$\mu = \mu_0 \left( 1 - \frac{c}{c^*} \right)^n ,$$

где  $\mu_0$  – вязкость чистой жидкости,  $c^*$  – объемная концентрация плотной упаковки частиц.

#### 5. Иллюстрации, визуализация результатов

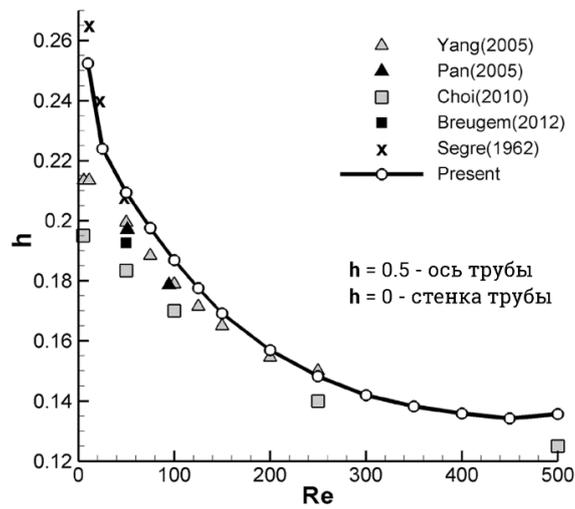


Рис. 1. Равновесное положение центра сферической частицы нейтральной плавучести диаметра  $d/W=0.15$  от стенки круглой трубы в зависимости от числа  $Re$

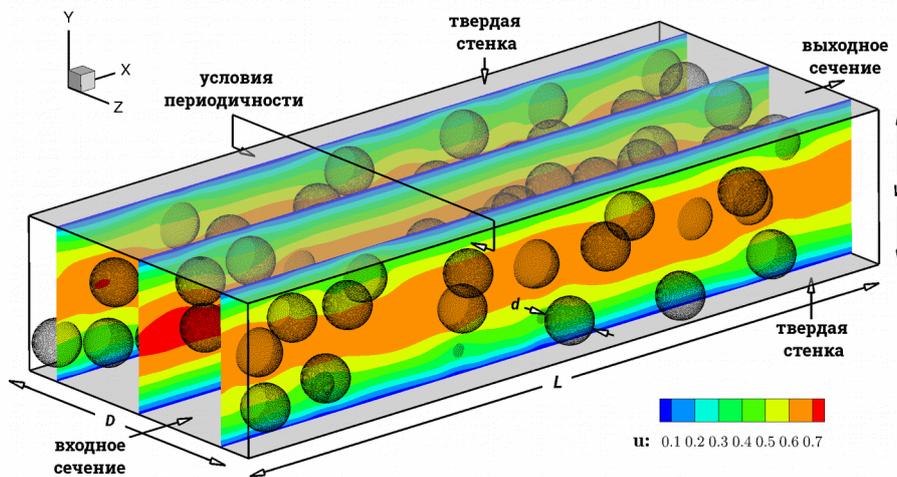


Рис. 2. Постановка задачи и мгновенная картина течения для сферических частиц с объемной концентрацией  $c=0.07$ . Цветом обозначена безразмерная величина продольной скорости в трех сечениях

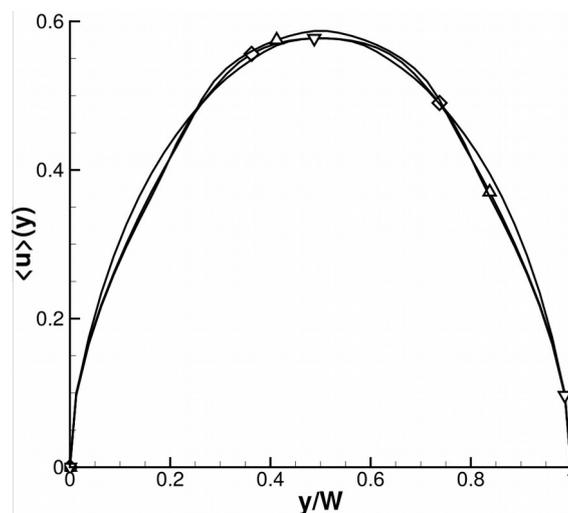


Рис. 3. Средняя скорость суспензии ( $c=0.21$ ) для различных относительных диаметров частиц:  $\nabla$  -  $d/W = 0.2$ ,  $\triangle$  -  $d/W = 0.25$ ,  $\diamond$  -  $d/W = 0.3$

## **6. Эффект от использования кластера в достижении целей работы**

Проведение нестационарных расчетов трехмерных течений с твердыми частицами на достаточно подробных эйлеровых сетках (~1-10 млн. ячеек) в разумное время невозможно без распараллеливания. Поэтому использование кластера является определяющим для успешного решения поставленной задачи.

### **Перечень публикаций, содержащих результаты работы:**

1. Esipov D.V., Chirkov D.V., Kuranakov D.S., Lapin V.N. Direct numerical simulation of the Segre–Silberberg effect using Immersed boundary method // *Journal Fluids Engineering*. – 2020. – Vol. 142, iss. 11. – Art. No. 111501. – DOI: 10.1115/1.4047799. – SCI IF = 2.056.
2. Esipov D.V., Lapin V.N., Kuranakov D.S., Chirkov D.V. Direct numerical simulation of viscous incompressible flow with spherical particles in the flat channel // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol.1404. – Art. No. 012017. DOI:10.1088/1742-6596/1404/1/012017.
3. Есипов Д.В., Лапин В.Н., Куранаков Д.С., Чирков Д.В. Численное моделирование дисперсных течений в плоском канале методом погруженной границы // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 19.08-24.08.2019): Сборник трудов в 4 томах. Т. 2: Механика жидкости и газа. – 2019. – Уфа: РИЦ БашГУ. – С.1012-1014.