

Отчет о проделанной работе с использованием оборудования ИВЦ НГУ

1. Аннотация

Численно исследованы парные столкновения уединенных волновых структур на поверхности глубоководной воды – бризеров. Бризеры представляют собой пространственно локализованные когерентные группы поверхностных гравитационных волн, огибающая для которых практически не меняется при их распространении. Проведено численное моделирование парных взаимодействий таких когерентных структур как в рамках слабонелинейной модели для описания динамики поверхностных волн на глубокой воде – компактного уравнения Дьяченко-Захарова, так и в наиболее полной постановке задачи – системе точных нелинейных уравнений для потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в поле тяжести в конформных переменных – уравнениях Дьяченко. Проведено сравнение динамики столкновений бризеров в рамках компактного уравнения Дьяченко-Захарова и точной модели с динамикой столкновений солитонов нелинейного уравнения Шредингера (НУШ). Показано, что относительная фаза солитонов является ключевым параметром, определяющим динамику взаимодействия. Кроме того, амплитуда волны, возникающей в результате парного столкновения бризеров может значительно превышать сумму их начальных амплитуд. Бризеры теряют до нескольких процентов своей энергии во время столкновений из-за излучения некогерентных волн и, кроме того, обмениваются энергией друг с другом. Уровень потерь энергии возрастает с определенной синхронизацией фаз когерентных структур. Каждый из бризеров может получать или терять энергию после столкновения, что приводит к увеличению или уменьшению их амплитуды и скорости. Величина пространственных сдвигов, которые бризеры приобретают после столкновений, зависит от относительной фазы и может быть как положительной, так и отрицательной.

2. Тема работы

Взаимодействие когерентных структур на поверхности глубоководной воды.

3. Состав коллектива

Качулин Дмитрий Игоревич, к.ф.-м.н., с.н.с. Лаборатории нелинейных волновых процессов ФФ НГУ.

Гелаш Андрей Александрович, к.ф.-м.н., н.с. Лаборатории нелинейных волновых процессов ФФ НГУ.

Дьяченко Александр Иванович, д.ф.-м.н., в.н.с. Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.

4. Информация о гранте

РФФИ, р_мол_а Конкурс проектов фундаментальных научных исследований, выполняемых молодыми учеными, проводимый федеральным государственным бюджетным учреждением «Российский фонд фундаментальных исследований» и субъектом федерации. Грант № 17-41-543347 «Динамика и статистика когерентных структур в моделях на огибающую волн на глубоководной воде», 2017г. Руководитель – Д.И. Качулин.

РНФ, Конкурс 2018 года «Проведение инициативных исследований молодыми учеными» Президентской программы исследовательских проектов, реализуемых ведущими учеными, в том числе молодыми учеными. Грант № 18-71-00079 «Когерентные структуры на поверхности глубоководной воды и их роль в формировании волн экстремальной амплитуды». Руководитель – Д.И. Качулин.

5. Научное содержание работы

5.1. Постановка задачи

Проект был направлен на численное исследование динамики парных взаимодействий когерентных волновых структур на поверхности глубоководной воды в рамках двух гидродинамических моделей – компактного уравнения Дьяченко-Захарова и точных нелинейных уравнений Дьяченко и

последующего сравнения результатов с известной динамикой столкновений солитонов нелинейного уравнения Шредингера. Целью работы являлось изучение влияния параметров бризеров (их относительной фазы в момент столкновения, скорости сближения и их амплитуд) на динамику их столкновений. Исследовались зависимость значения максимальной амплитуды волны, формирующейся при столкновениях бризеров, величин изменения энергии бризеров, а также пространственных положений бризеров после парного взаимодействия от значения их относительных фаз и времени взаимодействия.

5.2. Современное состояние проблемы

Существование и взаимодействие когерентных структур, таких как солитоны и бризеры, на поверхности глубокой воды являются поразительно богатым и увлекательным предметом как для экспериментальных, так и для теоретических исследований. Давно известно существование решений в виде уединенных волновых пакетов в слабонелинейных моделях, описывающих динамику водной поверхности. Среди них – точные солитонные решения уравнения Кортевега – де Фриза и фокусирующее одномерное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), которые описывают распространение локализованных волновых групп на поверхности мелкой и глубокой воды соответственно. При небольших значениях крутизны волны эти решения могут быть воспроизведены в полностью нелинейных моделях и экспериментах. Например, при небольшой крутизне солитоны НУШ демонстрируют распространение без существенного изменения профиля при численном моделировании в рамках полностью нелинейных уравнений для потенциальных течений несжимаемой глубокой жидкости со свободной поверхностью [1, 2, 4], и в экспериментальных бассейнах [3, 5–7].

Взаимодействие солитонов в НУШ существенно зависит от их относительной фазы. Например, максимальное усиление амплитуды при столкновении определяется синхронизацией фаз солитонов. Фазовая синхронизация играет важную роль в формировании волн экстремальной амплитуды, так называемых волн-убийц, и для волн на воде изучалась в работе [9], а в контексте оптических импульсов в волокнах в работе [10]. Кроме того роль фазы солитонов была изучена для других интегрируемых моделей, включая уравнение мКдВ для длинных волн [11].

Нелинейное уравнение Шредингера является слабонелинейным уравнением на огибающую волн. Это уравнение получено в предположении малой крутизны волн и медленно меняющейся огибающей свободной поверхности, т.е. при наличии достаточно большого числа несущих длин волн под огибающей. Другими словами, это уравнение выведено в предположении узкой спектральной ширины сигналов. Более точной моделью является уравнение Захарова [8] или компактное Дьяченко-Захарова [12]. Это гамильтоново уравнение описывает динамику волнового поля, а не огибающей и не содержит дополнительных ограничений на спектральную ширину сигналов. Диапазон применимости уравнения Захарова находится далеко за пределами модели НУШ [13]. В этом уравнении также существуют решения солитонного типа, которые могут быть найдены численно с помощью метода Петвиашвили [14]. В работах [15, 16] впервые были найдены решения в виде бризеров, а также показано, что столкновение таких когерентных структур почти упруго – после взаимодействия бризеры восстанавливают свою форму, а излучение некогерентных волн мало. Однако до начала выполнения проекта влияние относительной фазы бризеров на динамику их взаимодействия не было изучено.

1. B.J. West et al. *J. Geophys. Res. Ocean.* 1987, 92, 11803.
2. V. Zakharov et al. *Eur. J. Mech.-B Fluids* 2006, 25, 677.
3. H.C. Yuen et al. *Phys. Fluids* 1975, 18, 956.
4. A. Dyachenko et al. *JETP Lett.* 2008, 88, 307.
5. A. Slunyaev. *J. Exp. Theor. Phys.* 2009, 109, 676
6. A. Slunyaev et al. *Phys. Fluids* 2013, 25, 067105.
7. A. Slunyaev et al. *Phys. Fluids* 2017, 29, 047103.
8. V.E. Zakharov. *J. Appl. Mech.Tech. Phys.* 1968, 9, 190.
9. C. Kharif et al. *Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics Series*, Springer, Heidelberg, 2009.

10. A. Antikainen et al. Nonlinearity, 2012,25, R73.
11. A. Slunyaev and E. Pelinovsky. Phys. Rev. Lett., 2016, 117, 214501.
12. A. Dyachenko and V. Zakharov. Eur. J. Mech.-B Fluids 2012, 32, 17.
13. A.I. Dyachenko et al. In Extreme Ocean Waves; Pelinovsky, E., Kharif, C., Eds.; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2016, pp. 23–44.
14. V. Petviashvili. Sov. J. Plasma Phys. 1976, 2, 257.
15. A. Dyachenko et al. Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 2013, 13, 3205.
16. A. Dyachenko et al. JETP Lett. 2013, 98, 43.

5.3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

Численное исследование динамики когерентных структур на поверхности жидкости проводилось в рамках двух моделей – компактного уравнения Захарова и в полной нелинейной системе уравнений для потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью записанной в конформных переменных – уравнениях Дьяченко:

$$\begin{aligned} R_t &= i(UR_w - RU_w), \\ V_t &= i(UV_w - RB_w) + g(R - 1). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь функции R и V связаны с конформным отображением следующим образом : $R = \frac{1}{z_w}$, $V = i\Phi_z = i\frac{\Phi_w}{z_w}$. Функции $U = \widehat{P}(VR^* + V^*R)$ и $B = \widehat{P}(VV^*)$ введены с использованием преобразования Гильберта и оператора проектирования $\widehat{P} = \frac{1}{2}(1 + i\widehat{H})$.

Был разработан численный алгоритм решения уравнений Дьяченко (1) на основе псевдоспектрального метода Фурье с интегрированием по времени методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Для быстрого преобразования Фурье использовалась библиотека FFTW (Fastest Fourier Transform in the West). Вычислительные эксперименты по изучению парных столкновений бризеров проводились на с использованием оборудования ИВЦ НГУ.

Для изучения влияния продолжительности взаимодействия и крутизны когерентных структур на динамику процесса взаимодействия, были проведены серии численных экспериментов с различными значениями относительных скоростей и амплитуд бризеров. При этом каждая серия состояла из 32 экспериментов, различающихся фазой одного из бризеров в начальный момент времени. В каждом из экспериментов в периодической расчетной области (длиной в 100 характерных длин волн) задавались два бризера на расстоянии 50 длин волн в начальный момент времени. Расчеты проводились в движущейся системе отсчета (с групповой скоростью V_0 , соответствующей характерной длине волны), так что в этой системе отсчета бризеры имели противоположные по знаку, но равные по модулю скорости $V_1 = V_0 + U_0$, $V_2 = V_0 - U_0$. Здесь $V_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k_0}}$ – характерная групповая скорость (а также скорость системы отсчета), $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ – волновое число несущей. Эксперименты проводились до момента времени, пока расстояние между бризерами после их однократного столкновения вновь не становилось равным примерно 50 длин волн.

В процессе расчетов измерялась максимально регистрируемая амплитуда свободной поверхности, а также вычислялось максимальное усиление амплитуды поверхности как отношение наибольшей амплитуды поверхности жидкости, зарегистрированной в численном эксперименте, к сумме начальных амплитуд бризеров:

$$A(\Delta\phi) = \frac{\max_{(x,t)}(\eta^{max}(x,t))}{\eta_1^{max} + \eta_2^{max}} \Big|_{\Delta\phi}. \quad (2)$$

Разность фаз бризеров в момент столкновения $t_c = 25\lambda_0/U_0$ определяется следующим образом:

$$\Delta\phi = (\phi_{02} - \phi_{01}) - \frac{25\lambda_0(\Omega_2 - \Omega_1)}{U_0}. \quad (3)$$

Здесь ϕ_{01} и ϕ_{02} – начальные фазы бризеров, расположенных в расчетной области в начальный момент времени слева и справа от центра соответственно, λ_0 – характерная длина волны, Ω_1 и Ω_2 – угловые частоты левого и правого бризера. Кроме того, изучалось влияние относительной фазы

когерентных структур на величину потерь энергии на излучение; на величину обмена энергией между бризерами; и на положения бризеров в пространстве после их парного столкновения.

5.4. Полученные результаты

Обнаружено, что в точной нелинейной модели, как и в приближенных моделях для волн на воде – уравнении Захарова и НУШ – амплитуда волны, появляющейся в результате взаимодействия когерентных структур, зависит от их относительной фазы в момент столкновения, а наибольшее значение амплитуды наблюдается при условии синхронизации фаз, то есть при $\Delta\phi \approx 0$. В точной нелинейной модели амплитуда этой волны при условии синхронизации фаз может превышать сумму начальных амплитуд бризеров, что наблюдается также и в компактном уравнении Захарова (см. работу [D. Kachulin, A. Gelash. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2018]). Также как и в модели Захарова, усиление амплитуды поверхности может превышать 1 (в отличие от модели НУШ, в которой амплитуда волны не может превышать суммы амплитуд солитонов), а кроме того растет с увеличением начальных амплитуд (и соответственно характерной крутизны μ) когерентных структур, и уже при крутизне $\mu \approx 0.16$ превышает 1 на 45% (см. Рис. 1 (a)). Иными словами, амплитуда волны, возникшей в результате взаимодействия двух когерентных структур почти в 3 раза превышает начальную амплитуду бризеров при условии синхронизации их фаз.

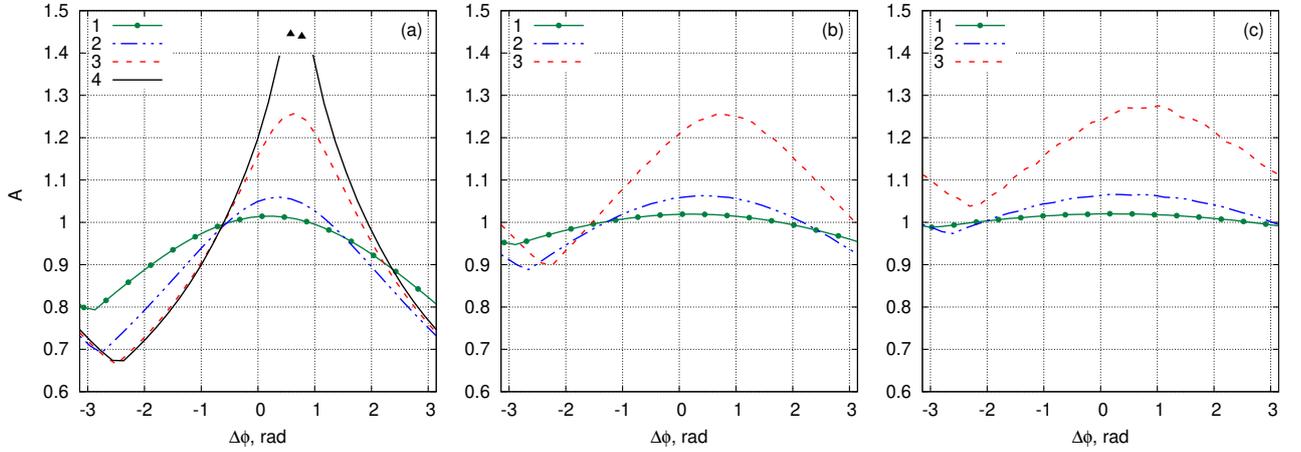


Рис. 1: Максимальное усиление A амплитуды свободной поверхности при парном столкновении бризеров в зависимости от их относительной фазы $\Delta\phi$ при различных значениях относительных скоростей бризеров ΔV и разных значениях крутизны бризеров μ . Рисунок (a) соответствует наименьшей скорости сближения бризеров $\Delta V = 0.08V_0$, где V_0 – характерная групповая скорость; (b) – скорости сближения бризеров $\Delta V = 0.2V_0$; (c) – $\Delta V = 0.3V_0$. Зеленая сплошная кривая 1 соответствует крутизне $\mu \approx 0.05$; синяя точка-пунктирная кривая 2 – крутизне $\mu \approx 0.1$; красная пунктирная кривая 3 – крутизне $\mu \approx 0.15$; сплошная черная кривая 4 на рисунке (a) соответствует крутизне бризеров $\mu \approx 0.16$, черными треугольниками на графике показано значение максимального усиления A перед опрокидыванием волны, появившейся в результате столкновения бризеров.

В результате проведенного исследования, было выявлено, что величина потерь энергии бризерами на излучение некогерентных волн зависит от их относительной фазы, а наибольшие потери энергии наблюдаются при условии синхронизации фаз бризеров. Величина потерь энергии когерентными объектами в проведенных расчетах не превосходила 3%.

Была подтверждена гипотеза о взаимном обмене энергией между когерентными структурами при их взаимодействии в рамках точной нелинейной модели. Обнаружено, что величина изменения энергии бризеров существенно зависит от их разности фаз в момент столкновения. С увеличением длительности взаимодействия бризеров обмен энергией интенсифицируется. Кроме того, при близких скоростях когерентных структур и определенных значениях относительной фазы один из бризеров может «забрать» энергию у второго из взаимодействующих бризеров, а при других соотношениях между фазами этих объектов происходит обратный процесс – этот же бризер «отдает» энергию (см. Рис. 2 (a) и (b)). Это приводит к наблюдаемому увеличению или уменьшению амплитуды когерентных структур после их столкновения. Интересно отметить, что при условии синхронизации фаз когерентных структур $\Delta\phi \approx 0$ эффект обмена энергией ничтожен, и все изменение полной энергии бризеров обусловлено их потерями на излучение. При большом времени

взаимодействия когерентных структур величина обмена энергии на порядок превосходит величину потерь на излучение некогерентных волн, что позволяет надеяться на наблюдение данного эффекта в экспериментах в реальных бассейнах.

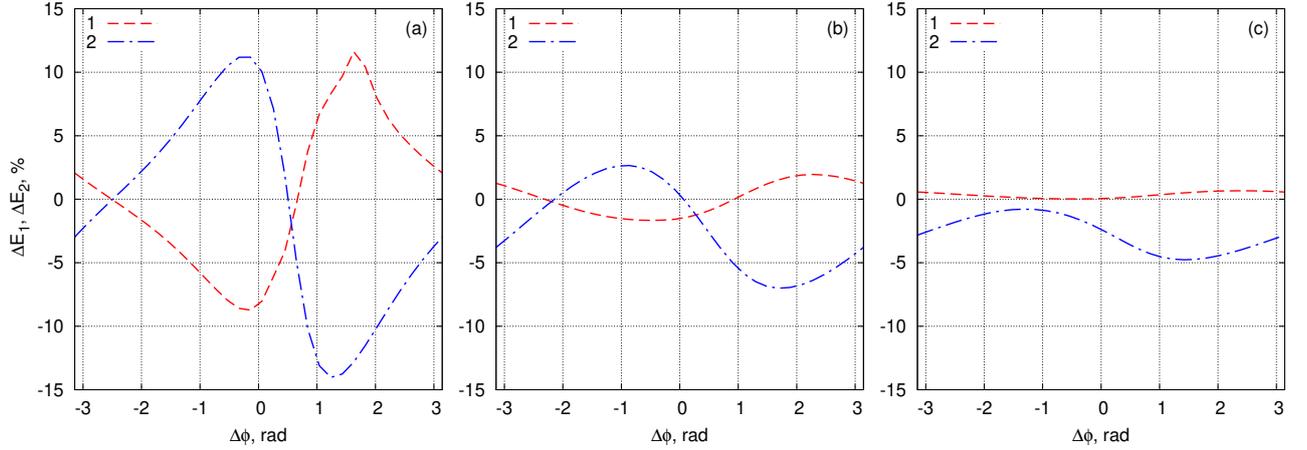


Рис. 2: Изменения энергии бризеров (в процентах) в результате парного взаимодействия в зависимости от относительной фазы $\Delta\phi$ при различных значениях относительных скоростей бризеров ΔV и характерной крутизне $\mu \approx 0.15$. Рисунок (a) соответствует наименьшей скорости сближения бризеров $\Delta V = 0.08V_0$, (b) – скорости сближения бризеров $\Delta V = 0.2V_0$, (c) – $\Delta V = 0.3V_0$. Красной пунктирной кривой 1 показано изменение энергии $\Delta E_1(\Delta\phi)$ бризера, имеющего большую скорость; синей точка-пунктирной кривой 2 показано изменение энергии $\Delta E_2(\Delta\phi)$ бризера с меньшей скоростью.

Было изучено влияние относительной фазы когерентных структур на их положения в пространстве после парного столкновения. Обнаружено, что величина пространственных сдвигов, а точнее разница в положениях бризеров, испытавших столкновение и свободно распространяющихся без взаимодействия в один и тот же момент времени, также определяется значением относительной фазы (см. Рис. 3). Увеличение начальной крутизны и времени взаимодействия когерентных объектов усиливает наблюдаемый эффект. Показано, что в зависимости от значения разности фаз, пространственные положения бризеров могут быть как положительными, так и отрицательными (см. Рис. 3). Фазовая зависимость пространственных положений бризеров после столкновения, наблюдаемая в рамках полностью нелинейной модели и в уравнении Захарова может быть обусловлена двумя процессами. С одной стороны, этот эффект может быть вызван изменением пространственных сдвигов, приобретаемых группами уединенных волн непосредственно во время их столкновения. С другой стороны, процесс обмена энергией между когерентными структурами приводит не только к изменению амплитуд бризеров, но также и к изменению групповых скоростей этих объектов (см. Рис. 4), что, в свою очередь, влияет на их пространственные положения.

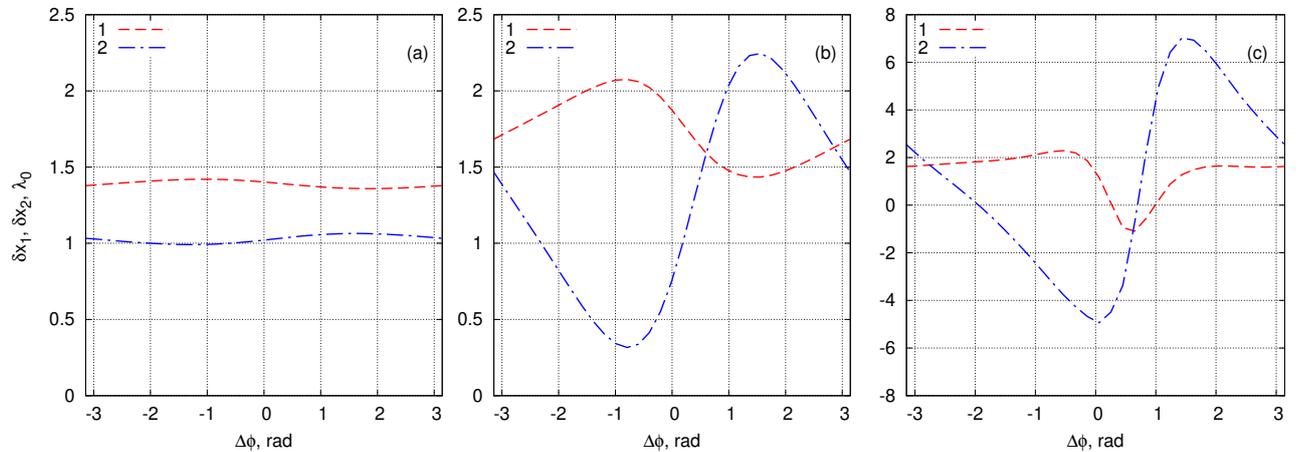


Рис. 3: Пространственные сдвиги (положения) бризеров в зависимости от относительной фазы $\Delta\phi$ при небольшой скорости сближения $\Delta V = 0.08V_0$. Рисунки (a), (b) и (c) приведены для характерной крутизны сталкивающихся бризеров $\mu \approx 0.05, 0.1$ и 0.15 соответственно.

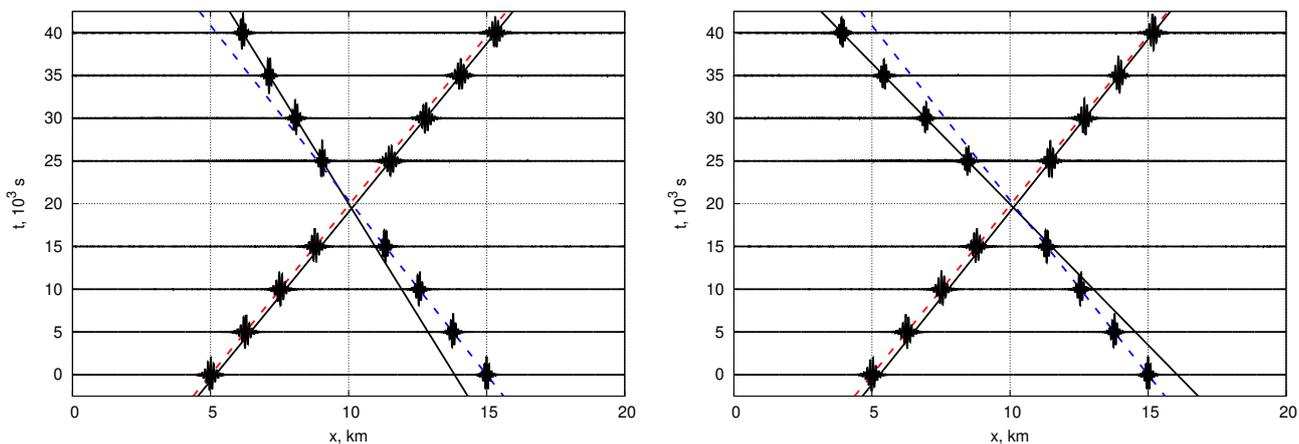


Рис. 4: (x, t) диаграммы сталкивающихся бризеров с относительной фазой $\Delta\phi \approx 0$ (слева) и $\Delta\phi \approx 1.5$ (справа). Черными кривыми показаны профили поверхности в различные моменты времени. Пунктирные красные и синие прямые показывают траектории бризеров (левого и правого соответственно) до взаимодействия, а черные сплошные прямые – после столкновения.

6. Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Исследования влияния параметров корегентных структур (их крутизны, относительной скорости, относительной фазы) на динамику их парных взаимодействий требовало проведения большого числа однотипных численных экспериментов, различающихся начальными условиями. В результате исследования было проведено более 20 серий расчетов с различными значениями относительных скоростей и амплитуд бризеров. При этом каждая серия состояла из 32 численных экспериментов, различающихся фазой одного из бризеров в начальный момент времени. Расчет одного такого начального условия на одном ядре занимает порядка суток, что делает подобные расчеты на обычных рабочих станциях практически невозможными. Поэтому использование кластера оказало определяющее влияние для достижения целей работы.

7. Перечень публикаций, содержащих результаты работы

1. D. Kachulin, A. Gelash, On the phase dependence of the soliton collisions in the Dyachenko–Zakharov envelope equation, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 25(3), 553-563 (2018).
<https://www.nonlin-processes-geophys.net/25/553/2018/>
<https://doi.org/10.5194/npg-25-553-2018>
 (WoS, Scopus, РИНЦ)
 IF 1.54
2. D. Kachulin, A. Dyachenko, A. Gelash, Interactions of Coherent Structures on the Surface of Deep Water. *Fluids*, 4(2), 83 (2019).
<https://www.mdpi.com/2311-5521/4/2/83>
<https://doi.org/10.3390/fluids4020083>
 (WoS, Scopus)