

1. Аннотация

Работа посвящена моделированию нелинейной динамики аксиально-азимутальных мод шепчущей галереи на поверхности цилиндрического микрорезонатора с вариацией радиуса, находящегося в связи с источником излучения. С помощью специально разработанной комбинированной численной схемы было найдено решение для системы уравнений нелинейной динамики азимутальных мод. Проведена верификация численной модели сравнением линейной и нелинейной амплитудно-частотных характеристик с аналитическим решением. Проведена оптимизация параметров источника излучения, включающих в себя мощность и интервал перестройки частоты источника, позволившая получить генерацию аксиальной оптической частотной гребенки с частотой повторения 12 ГГц и стабильной аксиальной частотной гребенки с частотой повторения 36 ГГц. А также получена генерация с частичной синхронизацией аксиально-азимутальных мод в потенциале с 2 и 9 аксиальными модами.

2. Тема работы:

Моделирование нелинейной динамики аксиально-азимутальных мод шепчущей галереи на поверхности волоконных световодов

3. Состав коллектива:

Колесникова Алена Юрьевна, м.н.с., ЛВЛ НГУ.

Сучков Сергей Владимирович, к.ф.-м.н., м.н.с., ЛНФНГУ.

Ватник Илья Дмитриевич, к.ф.-м.н., с.н.с., ЛВЛ НГУ.

4. Информация о гранте:

РНФ №22-12-20015 "Микрорезонаторы мод шепчущей галереи на поверхности волокна для перспективных источников излучения", рук. И.Д.Ватник.

5. Научное содержание работы

5.1. Постановка задачи

Целью данной работы стала разработка математической модели и ее применение для изучения динамики нелинейной генерации аксиально - азимутальных мод шепчущей галереи на поверхности цилиндрического микрорезонатора с вариацией радиуса, находящегося в связи с источником излучения. Одним из основных приложений разрабатываемой математической модели стало определение параметров источника излучения и режимов перестройки частоты источника, необходимых для наблюдения нелинейной генерации мод в эксперименте в микрорезонаторах с различными вариациями радиуса и наблюдения оптической частотной гребенки.

Для достижения цели были поставлены задачи, включающие в себя: вывод системы уравнений, описывающих динамику нелинейных взаимодействий аксиально-азимутальных мод на поверхности волоконного световода; согласование параметров связи и мощности источника в моделировании с параметрами, определяемыми в процессе проведения эксперимента; разработка и верификация численной схемы для моделирования системы нелинейных уравнений и использование разработанной схемы для моделирования влияния параметров источника излучения на эффективность нелинейной генерации аксиальных и аксиально - азимутальных мод.

5.2. Современное состояние проблемы

Генерация оптических частотных гребенок (ОЧГ) вызывает особый интерес в последние несколько десятилетий из-за разнообразия их приложений, включая точное измерение расстояния в астрономии, атомные часы, GPS-навигацию, точную спектроскопию, химическое и биологическое зондиро-

вание и другие [1--5]. ОЧГ можно рассматривать как точную линейку в оптике. Основными характеристиками гребенки являются спектральная ширина, когерентность и область свободной дисперсии (ОСД) — расстояние между линиями в гребенке. В зависимости от задачи, может требоваться как большая, так и малая ОСД. Например, в таких приложениях, как двухгребенчатая спектроскопия [6], меньшая ОСД предпочтительнее, поскольку она обеспечивает более высокое разрешение спектроскопических измерений.

Есть две альтернативы для генерации ОЧГ: лазеры с синхронизацией мод и микрорезонаторы с керровской нелинейностью. Первая платформа (см., например, [7]) позволяет генерировать ОЧГ с малой ОСД, но требует значительного энергопотребления и обладает относительно большими размерами. В свою очередь, микрорезонаторы обладают высокой добротностью, малыми габаритами, но их ОСД ограничена снизу размерами резонатора.

В кольцевых, тороидальных, сфероидных микрорезонаторах ОСД составляет 10-1000 ГГц [3, 8] и определяется спектральным расстоянием между азимутальными модами (то есть между модами с одинаковыми квантовыми числами, кроме азимутального числа, которое характеризует количество нулей распределения поля по азимутальному углу). Генерация оптических частотных гребенок в микрорезонаторах с интервалом частот менее 10 ГГц является актуальной задачей, так как такие частоты повторения являются легко измеряемыми [3].

Многообещающей платформой для создания ОЧГ с низкой частотой повторения является платформа SNAP (Surface Nanoscale Axial Photonics) [9]. Платформа представляет собой микрорезонатор мод шепчущей галереи (МШГ), распространяющихся по границе оболочки стандартного оптического волокна со специально разработанной вариацией эффективного радиуса в нанометровом масштабе (см.рис. 5.1).

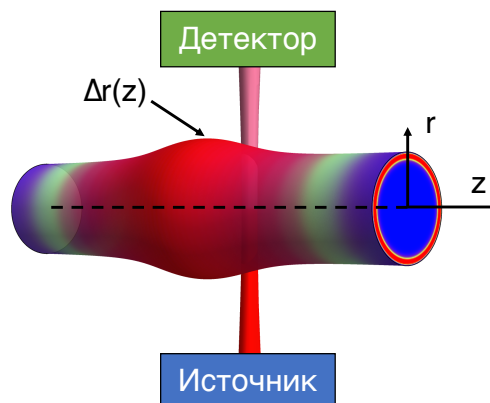


Рис. 5.1. Платформа SNAP (Surface Nanoscale Axial Photonics): микрорезонатор мод шепчущей галереи на поверхности волоконного световода с нанометровой вариацией эффективного радиуса, связанный с микроволокном ввода/вывода излучения.

Источником МШГ является микроволокно ввода/вывода излучения, расположенное перпендикулярно оси волокна z . В такой системе МШГ испытывают медленное осевое распространение и могут быть локализованы вдоль оси волокна в области вариации эффективного радиуса [10].

За счет локализации излучения в области ненулевой вариации радиуса, азимутально-радиальная мода цилиндрического микрорезонатора расщепляется на набор аксиальных мод (моды, имеющие разное число нулей поля вдоль оси волокна). Область свободной дисперсии для аксиальных мод может составлять сотни мегагерц и меньше. Это многообещающая характеристика этого типа микрорезонатора для создания оптической гребенки с низкой частотой повторения [11, 12]. Поэтому актуальной является задача по изучению микрорезонаторов данного типа на предмет нелинейной генерации мод.

Список литературы

- [1] Udem T., Holzwarth R., Hänsch T. W. Optical frequency metrology //Nature. – 2002. – Т. 416. – №. 6877. – С. 233-237.

- [2] Cundiff S. T., Ye J. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs //Reviews of Modern Physics. – 2003. – Т. 75. – №. 1. – С. 325.
- [3] Kippenberg T. J., Holzwarth R., Diddams S. A. Microresonator-based optical frequency combs //science. – 2011. – Т. 332. – №. 6029. – С. 555-559.
- [4] Fortier T., Baumann E. 20 years of developments in optical frequency comb technology and applications //Communications Physics. – 2019. – Т. 2. – №. 1. – С. 1-16.
- [5] Pasquazi A. et al. Micro-combs: A novel generation of optical sources //Physics Reports. – 2018. – Т. 729. – С. 1-81.
- [6] Bao C. et al. Architecture for microcomb-based GHz-mid-infrared dual-comb spectroscopy //Nature communications. – 2021. – Т. 12. – №. 1. – С. 1-8.
- [7] Rauschenberger J. et al. Control of the frequency comb from a mode-locked Erbium-doped fiber laser //Optics Express. – 2002. – Т. 10. – №. 24. – С. 1404-1410.
- [8] Del’Haye P. et al. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator //Nature. – 2007. – Т. 450. – №. 7173. – С. 1214-1217.
- [9] Sumetsky M., Fini J. M. Surface nanoscale axial photonics //Optics express. – 2011. – Т. 19. – №. 27. – С. 26470-26485.
- [10] Sumetsky M. Nanophotonics of optical fibers //Nanophotonics. – 2013. – Т. 2. – №. 5-6. – С. 393-406.
- [11] Suchkov S. V., Sumetsky M., Sukhorukov A. A. Frequency comb generation in SNAP bottle resonators //Optics Letters. – 2017. – Т. 42. – №. 11. – С. 2149-2152.
- [12] Oreshnikov I., Skryabin D. V. Multiple nonlinear resonances and frequency combs in bottle microresonators //Optics express. – 2017. – Т. 25. – №. 9. – С. 10306-10311.

5.3. Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

Работа была направлена на численное моделирование системы уравнений нелинейной динамики азимутальных мод в цилиндрическом микрорезонаторе с вариацией радиуса. Моделируемая система нелинейных уравнений:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\omega_m}{2\beta_m^2 K_m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\omega_m}{K_m} \frac{\Delta r(z)}{r_0} + i\Gamma_m + i(\delta_0 - \Gamma_m + \delta_c) \frac{L_q^{(eff)}}{Z_q^2(z_0)} f_p(z) \right) A_m - \frac{3\omega_m \chi^{(3)}}{2K_m n_m^2 S_m^{(eff)}} F_m(\vec{A}) = \sqrt{\frac{P_{in} \delta_c V_{m,q}^{(eff)}}{\epsilon_0 \epsilon}} \frac{f_p(z)}{S_m^{(eff)} Z_q(z_0)} e^{i(\omega_p - \omega_m)t}.$$

В рамках разработанной численной схемы, позволяющей решить систему уравнений динамики азимутальных мод, удобно представить уравнение в операторном виде:

$$i \frac{\partial \vec{A}(z, t)}{\partial t} + \hat{H} \vec{A}(z, t) = \vec{f}(t).$$

Здесь $\vec{A}(z, t)$ - вектор размерности N , состоящий из амплитуд азимутальных мод, где N - это количество азимутальных мод в модели. $\hat{H} = \hat{D} + \hat{V} + \hat{V}_{dis} + \hat{N}$ - оператор системы микрорезонатора, включающий в себя дифракцию, потенциал, потери и нелинейность, соответственно.

Для численного моделирования применяется комбинированная численная схема. Для того чтобы учесть влияние источника на систему, моделируется решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка с помощью формулы трапеции для численного интегрирования.

Для моделирования действия оператора \hat{H} на вектор амплитуд азимутальных мод применяется метод расщепления по физическим процессам. Дифракционный шаг выполняется с помощью метода Кранка-Николсон для решения уравнения теплопроводности, нелинейный шаг выполняется с использованием матричной экспоненты.

В данной работе рассматривается моделирование нелинейной динамики аксиально - азимутальных мод на поверхности оболочки стандартного волоконного световода с радиусом $r_0 = 62,5$ мкм. Накачка излучения производится в азимутальную моду с номером $m = 354$, длина волны которой составляет $\lambda_m \sim 1,55$ мкм. Характерный размер перетяжки микроволокна выбран $a = 2$ мкм, дельтаобразная функция пространственного распределения источника с центром в точке $z_0 = 0$, нормированная на единицу. Коэффициент собственных потерь резонатора $\Gamma = 3$ МГц был выбран исходя из максимальной ненагруженной добротности, достижимой в данном типе микрорезонаторов.

Параметры связи δ_0 и δ_c были определены по спектру пропускания системы микрорезонатор - микроволокно с помощью аппроксимации экспериментальных данных. Были взяты характерные для такой системы величины $\delta_0 = 30$ МГц и $\delta_c = 5$ МГц, т.е. добротность такого резонатора составила $Q = 2,5 \cdot 10^7$.

В работе рассматривается параболическая форма вариации радиуса, имеющая эквидистантные собственные уровни, что необходимо для формирования широкополосной оптической частотной гребенки во всем диапазоне исследуемых азимутальных мод оптимальным будет такой потенциал, в котором весь спектр собственных мод резонатора состоит из эквидистантных аксиально-азимутальных мод, т.е. когда отсутствует дисперсия мод.

В данной работе исследовалась нелинейная генерация мод с различным количеством аксиальных мод в потенциале. Высота потенциала $\delta r = 170$ нм была выбрана равной в спектральной области расстоянию между азимутальными модами. Были рассмотрены потенциалы с двумя аксиальными модами ($l = 16$ мкм), с 9 аксиальными модами ($l = 80$ мкм) и с 87 аксиальными модами ($l = 800$ мкм).

5.4. Полученные результаты

Было проведено несколько моделирований при различных мощностях источника излучения для наблюдения генерации аксиальных мод в серии для одной азимутальной моды. Результаты показали, что нелинейная генерация начинается при запасенной энергии в микрорезонаторе, соответствующей $|A|^2 = 10^5 (\text{В/м})^2$. На рисунке 5.2 представлено распределение поля в микрорезонаторе при мощности источника излучения $P_{in} = 600$ Вт.

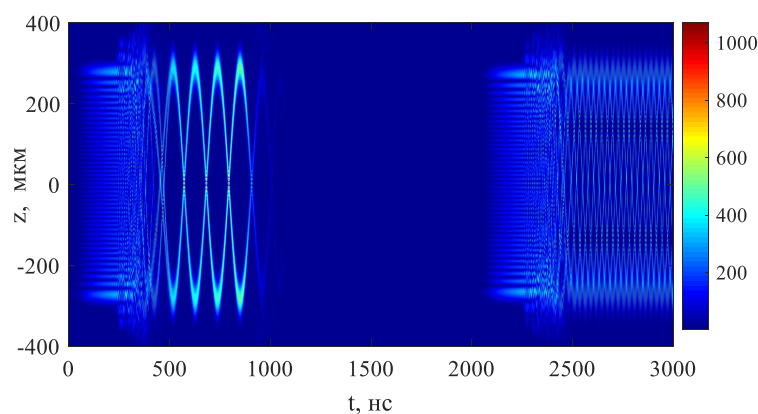


Рис. 5.2. Динамика пространственного распределения амплитуды поля при мощности накачки $P_{in} = 600$ Вт.

Перестройка частоты источника осуществлялась в диапазоне $\Delta\nu \in [-14 \text{ ГГц}, 0, 5 \text{ ГГц}]$. В первые 300 нс в микрорезонаторе возбуждается одна аксиальная мода, после начинается хаотическая генерация аксиальных мод, а в момент времени $t = 500$ нс устанавливается солитонное решение, просуществовавшее в системе вплоть до момента времени $t = 1000$ нс. Амплитуда поля в точке $z = 0$ представляет собой импульсы, повторяющиеся с частотой

12 ГГц, что соответствует спектральному расстоянию между четными аксиальными модами (см. рис. 5.3).

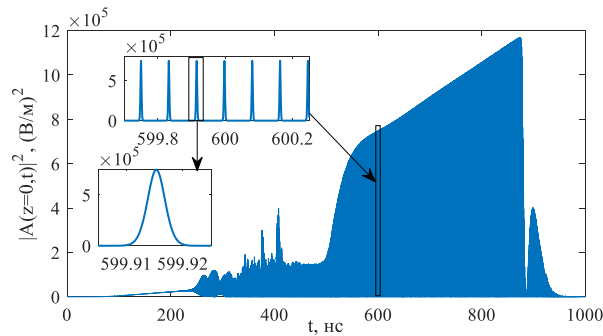


Рис. 5.3. Энергия моды в точке $z = 0$ в зависимости от времени в первые 1000 нс, $P_{in} = 600$ Вт.

На рисунке 5.4 представлен спектр поля внутри микрорезонатора в момент времени $t = 500$ нс. В спектре наблюдается оптическая частотная гребенка с частотой повторения 12 ГГц.

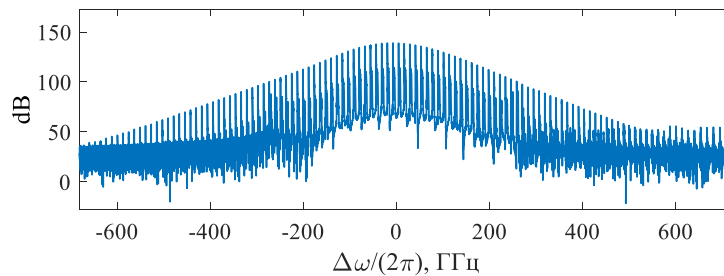


Рис. 5.4. Спектр излучения внутри микрорезонатора в точке $z = 0$, в момент времени $t = 500$ нс, $P_{in} = 600$ Вт.

Поскольку на протяжении времени с 1000 нс до 2500 нс мы продолжали осуществлять перестройку частоты источника, в момент 2100 нс частота источника приблизилась к резонансу следующей четной аксиальной моды с номером $q = 40$. В момент времени $t = 2250$ нс, когда $|A|^2 = 10^5$ (В/м)², начинается хаотическая генерация мод (см. рис. 5.5).

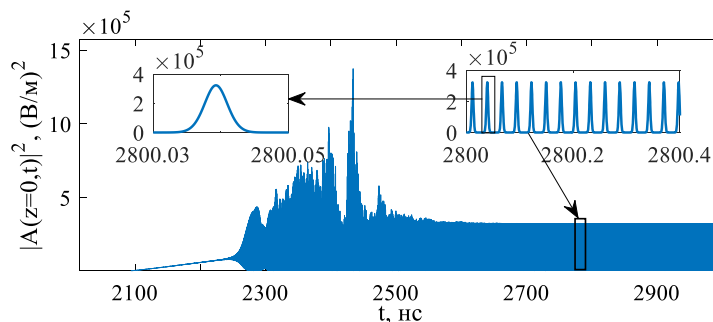


Рис. 5.5. Энергия моды в точке $z = 0$ в промежутке времени от 2000 нс до 3000 нс, $P_{in} = 600$ Вт.

Остановка перестройки частоты источника была выполнена в момент времени $t = 2415$ нс, что способствовало сохранению солитонного решения. После $t = 2500$ нс реализуется солитонное решение. Частота повторения импульсов оптической частотной гребенки равна 36 ГГц, что соответствует возбуждению каждой шестой аксиальной моды (рис. 5.6).

Таким образом, была продемонстрирована возможность генерации аксиальной оптической частотной гребенки в цилиндрическом микрорезонаторе с вариацией радиуса.

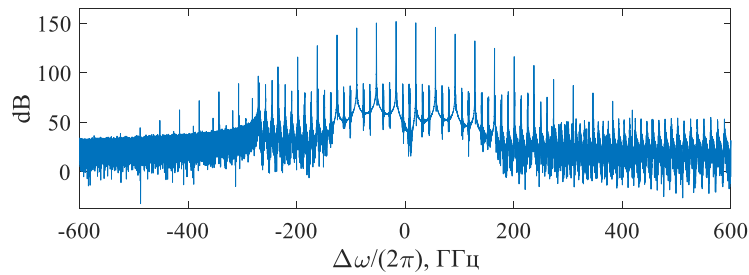


Рис. 5.6. Спектр излучения внутри микрорезонатора в точке $z = 0$, в момент времени 2600 нс, $P_{in} = 600$ Вт.

Далее было проведено исследование генерации аксиально - азимутальных мод в потенциале с 9 аксиальными модами (см. рис. 5.7). Мощность источника излучения была выбрана $P_{in} = 40$ Вт, перестройка источника излучения осуществлялась вблизи резонанса, соответствующего моде $q = 4$, $m = 354$ с частотой $\nu_{m,q} = 193,16$ ТГц, в диапазоне отстроек от резонанса от 0 ГГц до -6,5 ГГц.

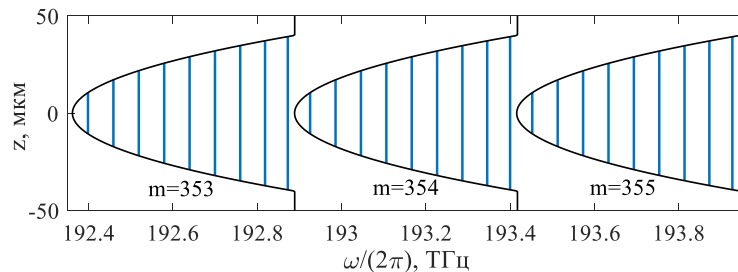


Рис. 5.7. Пространственное и частотное распределение собственных мод микрорезонатора с азимутальными числами $m = 353, 354, 355$ с шириной вариации радиуса $l = 80$ мкм.

На рисунке 5.8 представлена зависимость амплитуды от времени для 11 азимутальных мод. Результаты показали, что при выбранных параметрах источника излучения наблю-

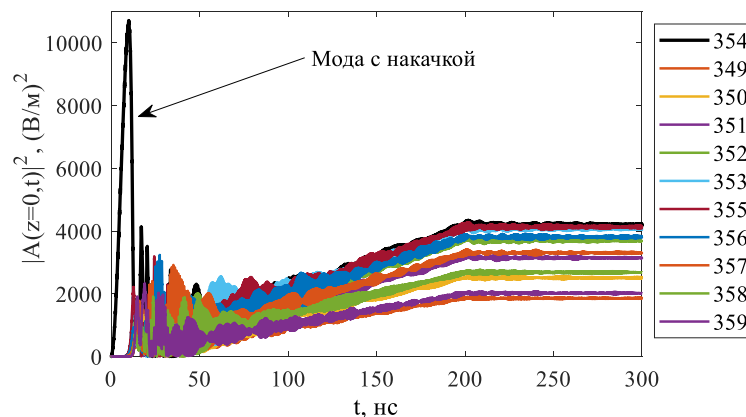


Рис. 5.8. Зависимость энергии 11 азимутальных мод от времени.

дается нелинейная генерация азимутальных мод, которая сохраняется после остановки перестройки частоты источника излучения в момент времени $t = 200$ нс. Также стоит отметить, что азимутальные моды, находящиеся на большем расстоянии от центральной моды $m = 354$, в которую осуществлялась накачка, имеют меньшую энергию, что объясняется наличием азимутальной дисперсии, которая была учтена в модели.

На рисунке 5.9 приведен спектр поля внутри микрорезонатора в точке $z = 0$ в момент времени $t = 250$ нс. Здесь наблюдается оптическая частотная гребенка с частотой повторе-

ния 528 ГГц, что соответствует расстоянию между азимутальными модами. Также в спектре

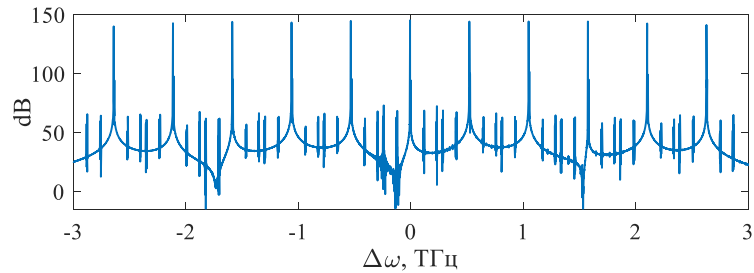


Рис. 5.9. Спектр поля внутри микрорезонаторе в точке $z = 0$ в момент времени $t = 250$ нс.

присутствуют слабо возбужденные аксиальные моды, которые повлияли на установление режима частичной синхронизации мод.

Таким образом, была продемонстрирована возможность нелинейной генерации аксиально-азимутальных мод в цилиндрическом микрорезонаторе с вариацией радиуса.

5.5. Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Численное моделирование, проведенное в рамках данной работы на базе ИВЦ НГУ, позволило верифицировать численную модель, а также провести анализ линейной и нелинейной амплитудно-частотных характеристик, вычисление которых без параллельного запуска задач затратило бы месяцы физического времени, а не дни. Также возможность параллельного запуска задач на кластере позволила ускорить анализ оптимальных параметров источника излучения, необходимых для получения генерации оптической частотной гребенки. Такая задача является невыполнимой для решения на персональном компьютере, так как изучаемая система является многопараметрической.

5.6. Перечень публикаций, содержащих результаты работы

Kolesnikova A. Y., Suchkov S. V., Vatik I. D. Frequency comb generation in SNAP fiber resonator based on axial-azimuthal mode interactions //Optics Express. – 2022. – Т. 30. – №. 7. – С. 10588-10595 (Импакт-фактор 3,894).