

Моделирование устойчивости течения Пуазейля в оребренном канале (в рамках проекта РФФИ 13-01-00270-а «Моделирование устойчивости течения жидкости в каналах применительно к гемодинамике в сосудах»)

Авторы:

1. Бойко Андрей Владиславович, главный научный сотрудник (ИТПМ СО РАН), boiko@itam.nsc.ru
2. Нечепуренко Юрий Михайлович, ведущий научный сотрудник (ИВМ РАН), yumnech@yandex.ru
3. Ключнев Никита Викторович, аспирант (ИВМ РАН), n_klyushnev@mail.ru

Постановка задачи

В целом, ставилась задача исследования закономерностей возникновения гидродинамических неустойчивостей в пульсирующем течении в общем случае неньютоновской жидкости и неустойчивостей границы в каналах различного постоянного сечения с целью формирования физической модели течения крови в сосудах.

В рамках этой общей задачи на Информационно-вычислительном комплексе НГУ выполнен ряд методических работ и параметрических расчётов по гидродинамической устойчивости течения Пуазейля в оребренном канале. В частности, в канале, бесконечном в продольном и поперечном направлениях, рассматривалось стационарное течение с постоянным градиентом давления и условия прилипания на верхней и нижней стенках. Верхняя стенка канала — плоская, нижняя — с продольным волнистым оребрением. Изучалось влияние такого оребрения на характеристики гидродинамической устойчивости основного течения в рамках линеаризованных уравнений Навье–Стокса, а именно на энергетическое и линейное критические числа Рейнольдса.

Современное состояние проблемы

Проблема гидродинамической неустойчивости сложных течений широко представлена на практике. Однако численное исследование устойчивости такого рода течениями до недавнего времени было весьма ограниченным из-за отсутствия надежных и быстрых методов анализа и редукции больших дифференциально-алгебраических систем специального вида, возникающих в результате пространственных аппроксимаций соответствующих систем дифференциальных уравнений в частных производных. Детальный обзор текущего состояния дел можно найти в [1].

[1] Theofilis V. Global linear instability // Annu. Rev. Fluid Mech. 2011. Vol. 43. P. 319–352.

Научная новизна, практическая значимость работы

Использование предлагаемого подхода позволило выявить, насколько устойчивость течения жидкости и границы в каналах чувствительна к изменению формы каналов.

Необходимость использования комплекса ИВЦ

1. Кластер ИВЦ НГУ оснащен большим объемом оперативной памяти, что важно для выполненных параметрических расчетов.
2. Кластер ИВЦ НГУ оснащен большим набором современного ПО (в частности MATLAB).
3. Тестирование разрабатываемых алгоритмов для выяснения их слабых мест в сравнении с кластером ИВМ РАН (Москва) и кластером МВС100к МСЦ РАН (Москва).

Распараллеливание выполняемых программ

Используемый параметрический подход к анализу устойчивости течений предполагает решение большого количества однотипных задач. Они распределяются по вычислительным узлам с помощью интерфейса MPI, в пределах одного узла каждая задача использует несколько ядер с помощью OpenMP (что автоматически делается во многих процедурах библиотеки Intel MKL).

Описание работы, включая используемые алгоритмы

Численно исследована устойчивость течения Пуазейля в каналах с продольно оребренными стенками. В рамках выбранных физически обоснованных нормировок скорости и длины проанализированы зависимости энергетического и линейного критических

чисел Рейнольдса от высоты ребер, их заостренности и периода оребрения в практически важном диапазоне этих параметров. Показано, что существуют такие значения параметров оребрения, при которых оба критических числа Рейнольдса становятся больше, чем в случае плоского канала.

Использовались алгоритмы поиска собственных значений и критических чисел Рейнольдса для плотных матриц (матрицы получались путем аппроксимации методом Галеркина-коллокаций) [1, 2]. Для параметрических расчетов использовалась кластерная реализация этих методов, описанная в [3].

[1] Бойко А. В., Нечепуренко Ю. М. Технология численного анализа влияния оребрения на временную устойчивость плоских течений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50. № 6. С. 1109–1125.

[2]. Нечепуренко Ю. М. О редукции линейных дифференциально-алгебраических систем управления. Доклады АН. 2012. Т. 445. С. 17–19.

[3] Ключнев Н. В. Высокопроизводительный анализ устойчивости поперечно-периодических течений жидкости и газа. Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 11. С. 111–120.

Полученные результаты

На примере течения Пуазейля в продольно оребренном канале показано, что высоту и заостренность ребер и период оребрения можно выбрать такими, что энергетическое и линейное критические числа Рейнольдса (выше которых возможно соответственно образование полосчатых структур и неустойчивых волн Толлмина–Шлихтинга) увеличатся по сравнению с плоским каналом, т.е. в результате оребрения течение станет более устойчивым как при малых, так и при больших числах Рейнольдса.

Нами было проведено исследование устойчивости течения Пуазейля в бесконечном в поперечном и продольном направлениях канале с продольным волнистым оребрением нижней стенки вида

$$\eta(z) = 1 - \varepsilon \left(\left| \cos \frac{\pi z}{L} \right|^\gamma - h_\gamma \right)$$

Было подробно исследовано влияние параметров оребрения (его периода, а также высоты и остроты ребер) на устойчивость течения. Получены и объяснены [1,2] зависимости критических чисел Рейнольдса (см. рис. 1) от параметров оребрения. Например, зависимость критического числа Рейнольдса объясняется структурой критического возмущения, представляющего собой на периоде пару противовращающихся вихрей (см. рис. 2). В частности, впервые показано, что высоту и заостренность ребер и период оребрения можно выбрать так, что энергетическое и линейное критические числа Рейнольдса увеличатся по сравнению с плоским каналом, т.е. в результате оребрения течение станет более устойчивым как при малых, так и при больших числах Рейнольдса. Практическое значение данного результата состоит, в частности, в том, что такое оребрение стенок канала позволяет прокачивать больше жидкости при сохранении ламинарности течения.

Также технология исследования устойчивости течений была расширена [3] на случай гребенчатых оребрений с использованием конформных отображений. Исследованное в [3] оребрение в виде вертикальных разрезов на нижней стенке канала может быть получено предельным переходом из исследованного ранее волнистого оребрения. В работе показана сходимости по шагу сетки основного течения и кривых нейтральной устойчивости в случае гребенчатого оребрения, а также согласованность результатов для гребенчатого и волнистых оребрений.

Публикации

[1] A.V. Boiko, N.V. Klyushnev, Y.M.Nechepurenko. On stability of Poiseuille flow in grooved

channels // EPL (Europhysics Letters). 2015, 111, P.14001. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/111/14001>

[2] Бойко А.В., Ключнев Н.В., Нечепуренко Ю.М. Об устойчивости течения Пуазейля в оребренном канале // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 89. 20 с.

[3] О.А. Григорьев, Н.В. Ключнев. Применение численно-аналитического метода конформного отображения для построения сетки в оребренном канале // Вычислительные методы и программирование, 2014, т.15, с. 487-498.

[4] Н.В. Ключнев. Высокопроизводительный анализ устойчивости поперечно-периодических течений жидкости и газа // Математическое моделирование, 2013, т.25, № 11, с. 111–120.

Выступления на конференциях:

- Nechepurenko Y. M., Boiko A. V., Klyushnev N. V. Effect of wavy grooves on stability of shear flows. Abstracts of 15th International Conference on the Methods of Aerophysical Research. Avtograf, 2014. Vol. 1. P.161–162.
- А.В. Бойко, Н.В. Ключнев, Ю.М. Нечепуренко. Технология численного анализа устойчивости поперечно-периодических течений/ Тезисы докладов XX Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики», посвященной памяти К.И. Бабенко (Дюрсо, 15-20 сентября, 2014). - М: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2014, С. 30-31.
- А.В. Бойко, Н.В. Ключнев, Ю.М. Нечепуренко. Влияние волнистого оребрения на устойчивость сдвиговых течений/ Тезисы докладов XX Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики», посвященной памяти К.И. Бабенко (Дюрсо, 15-20 сентября, 2014). - М: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2014, С. 30-31.
- Н.В. Ключнев. Влияние периода оребрения на характеристики устойчивости течения Пуазейля. Труды 57-й научной конференции МФТИ: Всероссийской молодежной конференции с международным участием «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». Управление и прикладная математика. Том 1. М: МФТИ, 2014. С. 65.
- А.В. Бойко, Н.В. Ключнев, Ю.М. Нечепуренко. Влияние волнистого оребрения на устойчивость сдвиговых течений/Материалы XIII международной школы семинара «Модели и методы аэродинамики», Евпатория 4-13 июня 2013, М.: МЦНМО, 2013, С. 35-36.
- Н.В. Ключнев. Влияние волнистого оребрения на устойчивость течения Пуазейля/Труды 56-й научной конференции МФТИ «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». М: МФТИ, 2013.

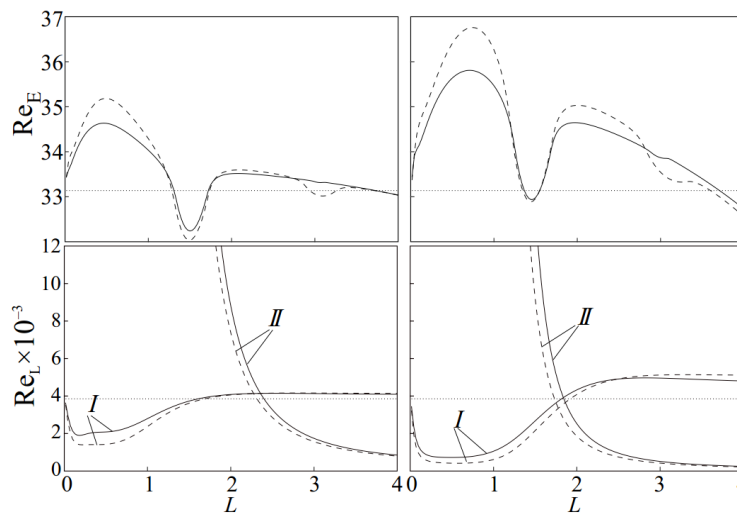


Рис. 1

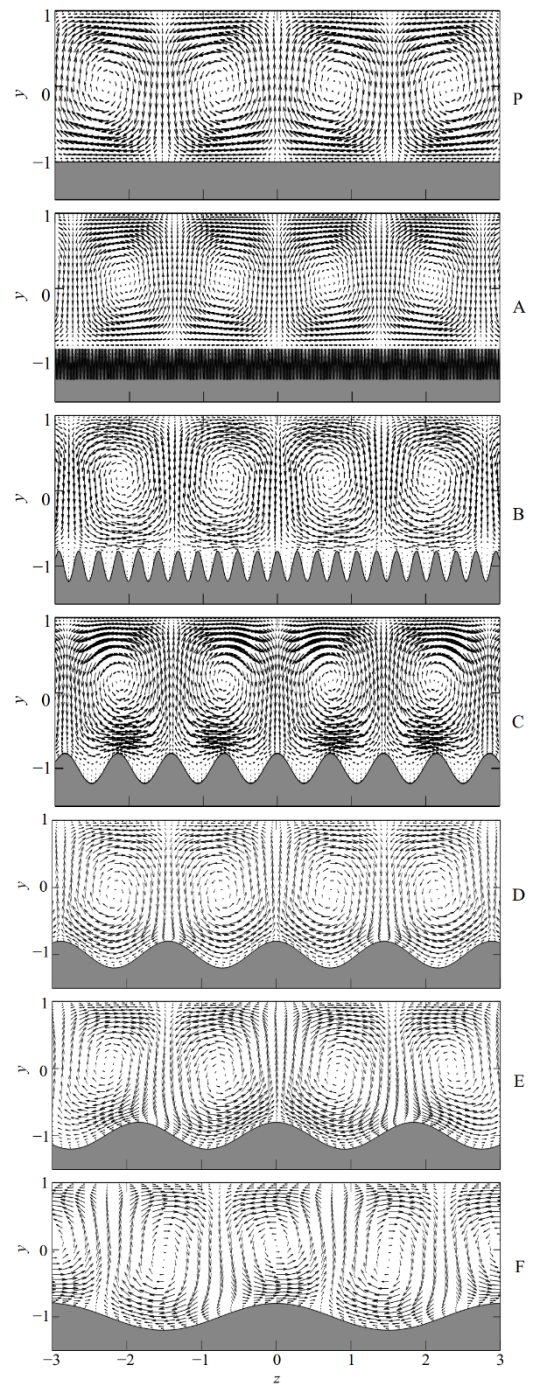


Рис. 2