1 Модели и методы в задачах гидроупругости

Состав коллектива исполнителей

Крюков А. Е., магистрант ММФ НГУ Черный С. Г., д.ф.–м.н., проф, г.н.с. ИВТ СО РАН Лютов А.Е., аспирант ММФ НГУ Сизова С.С., студентка ММФ НГУ Контактное лицо: Крюков Артем Евгеньевич, arttem22@mail.ru

Научное содержание работы

1.1 Постановка задачи

Настоящая работа посвящена разработке обобщенной трехмерной численной модели для решения задач гидроупругости, включающей в себя следующие подмодели.

1. Подмодель расчета нестационарных гидродинамических нагрузок на конструкцию. Суть ее заключается в классификации нестационарных особенностей течения и применении наиболее экономичных моделей и численных алгоритмов для описания только характерных выделенных особенностей, оказывающих наибольшее влияние на НДС упругого тела. То есть использование либо экономичной невязкой модели Эйлера, там где это возможно, либо более сложной модели, учитывающей вязкие эффекты, с применением подходящей модели турбулентности.

2. Подмодель расчета частот и форм собственных колебаний конструкции в воде и в воздухе. По степени близости частот собственных колебаний упругого тела в воде и частот вынужденных колебаний нагрузки от потока выбирается наиболее эффективный подход для дальнейшего расчета пульсаций напряжений. Если частоты собственных колебаний далеки от частот вынужденных колебаний, то будет использоваться квази-статическая постановка. В противном случае – полная динамическая, т.к. только она позволит учесть эффект резонанса конструкции, усиливающий в разы амплитуду колебаний напряжений в ней.

3. Подмодель расчета пульсаций напряжений в конструкции, вызванных нестационарными нагрузками от потока, квази-статическом В или динамическом приближении. В первом случае на каждом шаге по времени решаются уравнения упругого равновесия И динамика напряжений складывается из множества мгновенных статических состояний конструкции. Во втором эволюция напряжений находится из нестационарных уравнений упругости. Задача в этом случае существенно усложняется требованием задания кроме краевых условий, начальных полей смещений и производных от них по времени, а если эти поля не известны, то необходимостью интегрирования по времени нестационарных уравнений упругости до тех пор, пока их решение не выйдет на периодический режим.

Современное состояние проблемы

Напряжения в упругих конструкциях, взаимодействующих с жидкостью, составляет предмет изучения раздела механики сплошной среды, называемого гидроупругостью. В этом разделе рассматриваются связанные задачи, в которых неизвестные гидродинамические силы и внутренние упругие силы в конструкциях являются взаимозависимыми. Разработка методов и алгоритмов решения таких задач актуальна в настоящее время. Связанные задачи широко распространены в нефтегазовой отрасли (транспортировка углеводородов по длинным трубопроводам, процесс гидроразрыва пласта), биологии и медицине (искусственное протезирование сосудов в теле человека), гидромашиностроении и авиастроении (проектирование оборудования для аэро-гидродинамических установок и его эксплуатация), и других важных сферах.

В настоящее время имеется ряд подходов к решению связанных задач «гидродинамика – упругость», но все они предполагают некоторые упрощения. Например, поток жидкости описывается с помощью упрощенной невязкой модели Эйлера, или в модели не учитывается обратное влияние деформированного упругого тела на поток жидкости.

Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

В настоящей работе обобщенная модель применена к расчету пульсаций напряжений в рабочем колесе (РК) радиально-осевой гидротурбины (ГТ).

Трехмерный поток жидкости в ГТ моделируется системой уравнений Рейнольдса, включающей уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \tag{1}$$

、 **、**

и уравнения количества движения

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} p = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + f_i, \qquad (2)$$

, ,

где (u_1, u_2, u_3) – компоненты вектора скорости, $p = p_c + \frac{2}{3}k$, p_c – гидростатическое давление, k – кинетическая энергия турбулентности, $v_{eff} = v + v_t$ – эффективная вязкость, вычисляемая по $k - \varepsilon$ модели. Уравнения решаются с помощью метода искусственной сжимаемости программой CADRUN2.

Для расчета частот и форм собственных колебаний лопастей рабочего колеса в воде выписывается связанная система, состоящая из уравнения упругих колебаний

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \mu \Delta u + F \tag{3}$$

и уравнения Гельмгольца, описывающего акустику идеальной сжимаемой баротропной жидкости

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \Delta p'.$$
(4)

Затем система (3)-(4) дискретизируется с помощью метода конечных элементов (программами Fem3D или ANSYS) и находятся ее собственные числа (частоты собственных колебаний) и собственные векторы (формы собственных колебаний) с помощью метода отражений.

Вызванные потоком в конструкции ГТ смещения и напряжения рассчитываются из уравнений упругих колебаний (3) с помощью системы конечно-элементного анализа ANSYS Mechanical.

1.2 Полученные результаты

Для реальной гидротурбины была посчитана нагрузка на конструкцию РК вызванную ротор статор взаимодействием лопастей рабочего колеса с лопатками направляющего аппарата и статорными колоннами спиральной камеры.



Рис. 1. Расчетная сетка радиально-осевой турбины, состоящая из 1350 тыс. ячеек в спиральной камере, 580 тыс. ячеек в направляющем аппарате, 528 тыс. ячеек в колесе.



Рис. 2. Давление в точке на лопасти РК, посчитанное в приближении уравнений Эйлера (CADRUN2) и по SAS SST модели турбулентности (ANSYS).

Затем были посчитаны частоты и формы собственных колебаний лопасти РК. Табл. 1. Частоты собственных колебаний лопасти РО ГТ в воде и в воздухе.

Среда	Расчет	Частоты собственных колебаний, Гц				
		f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	
Воздух	Fem3D	133.4	201.6	244.8	293.2	
	ANSYS	121.3	192.0	217.2	275.1	
Вода	Fem3D	67.3	122.3	157.0	206.7	
	ANSYS	66.9	125.2	143.9	201.0	
$k^* = \frac{f_i^{ooda}}{f_i^{oodyx}}$	Fem3D	0.50	0.61	0.64	0.71	
	ANSYS	0.55	0.65	0.66	0.73	

Первые 3 формы собственных колебаний лопасти РО ГТ в воздухе, посчитанные в Fem3D, показаны на Рис. 3.



Рис. 3. Первые 3 частоты и формы собственных колебаний лопасти РК РО ГТ в воздухе, полученные в Fem3D.

По нагрузке на РК посчитаны возникающие в нем напряжения и сравнены с реальными замерами.



Рис. 4. Пульсации напряжений в точке на лопасти РК, найденные в динамическом и квазистатическом приближениях.

Табл. 2. Частоты и амплитуды напряжений, полученные в квази-статическом и динамическом приближениях.

	Частота f^1	Частота f^2	$2\Delta \sigma$ с частотой f^1	$2\Delta\sigma$ с частотой f^2
Quasi-static	2.26 Гц	41.7 Гц	0.84 MPa	0.48 <i>M p a</i>
Dynamic	2.3 Гц	35.4 Гц	1.1 <i>M</i> Pa	24 M p a
Замер	4.1 Гц	41.7 Гц	6 MPa	16.5 <i>M p a</i>

Из Табл. 2 видно, что амплитуда пульсаций напряжений в динамическом приближении с частотой f^2 стала ближе к экспериментальным данным, чем в квазистатическом приближении, но в то же время сама частота f^2 стала меньше. Такое возрастание амплитуды пульсаций динамических напряжений вызвано близостью частоты вынужденной нагрузки $f_{\perp}=41.66 \ \Gamma u$ к частоте собственных колебаний всего РК в воде $f_3^{eoda}=33.13 \ \Gamma u$. Таким образом показано влияние резонансного явления на увеличение амплитуды пульсаций динамических напряжений внутри конструкции РК.

Эффект от использования кластера

Все описанные выше подзадачи решались на кластере НГУ.

Расчет течения в проточной части радиально-осевой ГТ проводился в постановке НА-РК. СК рассчитывалась отдельно в стационарной постановке. Расчетная сетка в СК состояла из 19 блоков с 71 тыс. элементов в каждом, в НА – из 20 блоков с 29 тыс. элементов в каждом, в РК – из 16 блоков с 33 тыс. элементов в каждом. Всего было 55 блоков, общее количество ячеек по элементам СК + НА + РК = 1350 тыс. + 580 тыс. + 528 тыс. = 2358 тыс.

Расчет проводился с поблочным распараллеливанием на 54 ядра кластера для расчета СК-НА-РК (два входных блока СК считаются на одном ядре), и 36 ядер для расчета НА-РК. На каждое ядро приходилось по 850 Мб оперативной памяти. Тактовая частота используемых процессоров была 2.5 ГГц, общее время расчета составило 3,5 часа. Переход выделенной лопасти РК от одной лопатки НА до соседней происходил за 6 шагов по времени.

Прохождение выделенной лопасти РК мимо зуба в СК осуществлялось за 120 шагов по времени. Значит для анализа пульсаций напряжений в ПЧ вызванных ротор-статор взаимодействием необходимо хранить информацию на 120 шагах по времени для каждого из 36 блоков (в СК рассчитан только стационарный поток). Файл с полем давления для одного блока занимает $i_{1-2} M f$.Итого для хранения данных потребовалось 9 Гб физической

памяти.

Все проведенные расчеты частот и форм собственных колебаний лопастей РК программой Fem3D проводились на кластере с использованием 24 вычислительных ядер. Тактовая частота используемых процессоров составляет 2.5 ГГц. Расчет на самой подробной сетке потребовал 15 Гб оперативной памяти. Входные файлы и файлы с результатами расчета программы занимали около 50 Мб физической памяти.