

## Тема работы. Резервуарные вычисления на основе полупроводникового оптического усилителя.

- Состав коллектива. А.Е. Беднякова
- Научное содержание работы:

Резервуарные вычисления (Reservoir computing, RC) — это общий подход в области архитектур нейронных сетей, ключевыми особенностями которого являются: (i) нерегулируемая рекуррентная нейронная сеть со случайными весами в качестве "резервуара" и (ii) обучение, выполняемое только для весов выходного слоя нейронной сети. Преимущество данного подхода заключается в том, что обучение нейронной сети сводится к линейной регрессии, реализация которой, как правило, проста и эффективна.

В последнее время привлекает большое внимание реализация резервуарных вычислений в ультрабыстрых нелинейных фотонных системах. Первая волна исследований RC в фотонных системах была сосредоточена на имитации математической модели нейронной сети путём проектирования специальных оптических или оптоэлектронных систем, работа которых подчиняется основным уравнениям, аналогичным целевой модели. Интересное новое направление, обобщающее концепцию резервуарных вычислений и позволяющее перейти к её практической реализации в случае отсутствия рекуррентных связей, получило название «экстремальное обучение» (extreme learning). В частности, нелинейные оптические волновые системы могут обладать высокой энтропией фазового пространства, которую можно использовать в качестве вычислительного ресурса.

Одной из популярных реализаций RC являются оптические системы с линией задержки, включающие единственный нелинейный узел и волоконную петлю обратной связи. Возможности применения полупроводникового оптического усилителя (ПОУ) в качестве нелинейного узла в системах с задержкой активно изучается в течение нескольких лет. В рамках нашей работы был предложен и исследован новый подход, использующий единственное нелинейное устройство — ПОУ без линий задержки, для выполнения вычислений. В результате распространения оптического сигнала в ПОУ и последующего повышения частоты дискретизации на выходе из усилителя, происходит нелинейное преобразование входного сигнала в пространство высокой размерности. Полученный после фотодетектора (который фактически является дополнительным нелинейным элементом) выходной вектор в цифровом виде может быть использован в алгоритме обучения.

### Концепция резервуарных вычислений на основе ПОУ.

Основная модель для ПОУ описывает связь между входным оптическим полем

$$A_{in}(t) = \sqrt{P_{in}(t)} \exp(i\phi_{in}(t)) \text{ и выходным полем } A_{out}(t) = \sqrt{P_{out}(t)} \exp(i\phi_{out}(t)) \text{ [15]:}$$

$$P_{out}(t) = P_{in}(t) \exp[h(t)], \tag{1}$$

$$\phi_{out}(t) = \phi_{in}(t) - \frac{\beta}{2} h(t), \tag{2}$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{h - h_0}{\tau_c} - \frac{P_{in}(t)}{E_{sat}} [\exp(h) - 1], \tag{3}$$

где индексы *in/out* обозначают входной/выходной сигнал,  $\beta$  — фактор уширения линии или коэффициент Генри,  $h_0$  — интегральный коэффициент усиления для малого сигнала,  $\tau_c$  — время восстановления усиления, и  $E_{sat}$  — энергия насыщения. Без потери общности в численном моделировании использованы следующие параметры:  $\beta = 5$ ,  $h_0 = 30$  дБ,  $\tau_c = 200$  пс

и  $E_{sat} = 8$  пДж. Для выполнения вычислений мы используем нелинейное преобразование входного сигнала в ПОУ с памятью, наличие которой обусловлено процессом восстановления усиления. Наличие эффекта памяти в ПОУ можно трактовать следующим образом: усиление  $h(t)$  в определённый момент времени зависит от сигнала в предыдущие моменты времени.

Предложенная схема резервуарных вычислений, изображённая на рисунке 1, включает входной слой, сформированный последовательностью оптических импульсов с модулированной мощностью или амплитудой, ПОУ в качестве нелинейного резервуара, а также фотодетектор, преобразующий оптическое поле  $A_{out}(t)$  в электрический сигнал  $I(t) = \kappa P_{out}(t) = \kappa |A_{out}(t)|^2$ , который используется на выходном слое. Применяя линейное масштабирование, можно задать  $\kappa = 1$  и использовать  $P_{out}(t)$  в качестве выходной функции. Рассмотрим, без потери общности, следующее простое амплитудное кодирование входного вектора  $X^{in} = (x_1^{in}, x_2^{in}, \dots, x_N^{in})$ :

$$A_{in}(t) = \sqrt{P_0} \sum_{n=1}^N c_n g\left(t - \left(n - \frac{1}{2}\right) T_s\right),$$

где  $g(t)$  — форма несущего импульса, например, в работе рассмотрены гауссовские оптические импульсы:  $g(t) = \exp[-t^2/(2T_0^2)]$ ,  $N$  — число импульсов,  $T_s$  — временной символичный интервал,  $T_0$  — длительность импульса,  $P_0$  — параметр нормализации мощности, а  $c_n$  — параметр амплитудной модуляции для  $n$ -го символического интервала, связанный с входным вектором  $X^{in}$ :  $x_n^{in} = c_n^2$ .

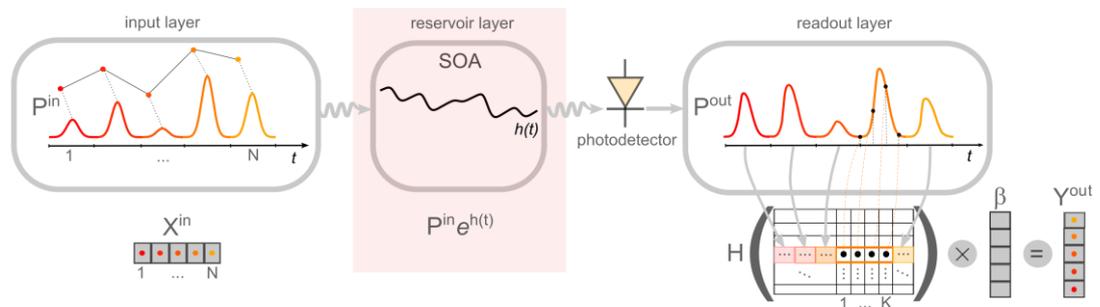


Рисунок 1. Предложенная архитектура нейронной сети на основе ПОУ для реализации резервуарных вычислений.

Для каждого из передаваемых импульсов на выходном слое измеряется  $K$  отсчётов, что приводит к вектору длиной  $N \times K$  для каждой последовательности импульсов. Частота дискретизации  $f$  равна 80 GSa/s, что соответствует типичной производительности хорошего осциллографа. Символьный интервал  $T_s$  равен 200 пс, а число отсчётов на импульс  $K$  равно 16 и соответствует частоте дискретизации.

Используя нелинейно преобразованный сигнал на выходе из ПОУ, построим вектор признаков, используемый для прогнозирования:

$$P_k^{out} = P_{in}(t_k) \exp[h(t_k)] \Big|_{t_k=k/f}, k = 1, \dots, N \times K, \quad (5)$$

После прохождения последовательности импульсов через систему, полученный вектор признаков может быть записан как соответствующая строка в матрице признаков  $\mathbf{H}$ . Количество виртуальных нейронов в выходном слое равно  $N \times K$ , где  $N$  равно числу символов, используемых для предсказания, а  $K$  — количество отсчётов на один символ в

результате повышения частоты дискретизации. Для исследования ёмкости памяти в схеме резервуарных вычислений на основе ПОУ, только последние  $K$  элементов вектора признаков добавлялись в матрицу признаков  $\mathbf{H}$ , а первые  $K \cdot (N - 1)$  из них только косвенно влияли на элементы  $\mathbf{H}$  через насыщение усиления. Далее будет рассмотрен общий случай, когда число виртуальных нейронов в выходном слое равно  $K \cdot (N - q)$ , где  $N - q$  – количество символов, непосредственно используемых для предсказания, а  $K$  — число отсчетов на символ вследствие повышения частоты дискретизации.

При тестировании предложенной схемы на задачах предсказания временных рядов,  $M$  различных последовательностей импульсов, каждая из которых содержит  $N$  импульсов, распространяются через систему, а затем измеряется нелинейно преобразованный выходной вектор признаков длиной  $K \cdot (N - q)$ . Далее строится матрица признаков  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{M \times K \cdot (N - q)}$ , содержащая  $M$  строк и  $K \cdot (N - q)$  столбцов:

$$H_{m,k} = P_{m,k}^{out}, k = K \cdot q + 1, \dots, N \times K \quad (6)$$

Применение предложенного подхода в задачах предсказания реализуется в форме линейной регрессии, а именно, выходной вектор  $\mathbf{Y}^{out} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  связан с матрицей признаков как линейная комбинация её столбцов:

$$\mathbf{H}\vec{\beta} = \mathbf{Y}^{out} \quad (7)$$

где  $\vec{\beta} \in \mathbb{R}^{K \cdot (N - q) \times 1}$  – неизвестный вектор выходных весов, который можно найти из уравнения (7) с помощью метода гребневой регрессии (ридж-регрессии) или вычисления псевдообратной матрицы для  $\mathbf{H}$ .

Для оценки точности предсказаний была рассмотрена нормализованная среднеквадратичная ошибка (normalized mean squared error, NMSE) [16]:

$$NMSE = \frac{\sum_{m=1}^M (Y_m^t - Y_m^{out})^2}{\sum_{m=1}^M (Y_m^t - \bar{Y}^t)^2}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{Y}^t \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  – вектор истинных значений,  $\bar{Y}^t$  – его среднее значение.

Эффективность предложенной схемы была исследована на примере задачи предсказания временного ряда Макки-Гласса (Mackey-Glass, MG) для хаотического аттрактора.

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{\alpha y(t - \tau)}{1 + y(t - \tau)^\beta} - \gamma y(t),$$

где  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 10$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $\tau = 17$ . Временной ряд был построен путем численного интегрирования уравнения (10) методом Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом дискретизации по времени  $\Delta t = 0.1$ . Затем было выполнено масштабирование численного решения с использованием преобразования  $y \mapsto (y - y_{min})/y_{max} + 0.1$ . Постоянный сдвиг, равный 0.1, предотвращает появление отрицательных значений при прогнозировании. Частота дискретизации численного решения уравнения была уменьшена с коэффициентом 10, что привело к временному ряду длиной  $3600 + 2N + 2$  точек. На следующем этапе подготовки данных ко временному ряду был применён метод скользящего окна, с помощью которого было получено 3600 более коротких последовательностей длиной  $N$  каждая, так что первая последовательность содержит символы от  $x_1$  до  $x_N$ , вторая — от  $x_2$  до  $x_{N+1}$  и так далее. Эти

последовательности были разделены на два набора данных: тренировочный набор  $X_{\text{train}}^{\text{in}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  и тестовый набор  $X_{\text{test}}^{\text{in}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  ( $M = 1800$ ). Символы от  $X_{N+1}$  до  $X_{M+N+1}$  и от  $X_{M+2N+2}$  до  $X_{2M+2N+2}$  использовались в качестве целевых для тренировочного и тестового подмножеств соответственно. Каждая из  $M$  последовательностей затем кодировалась пиковой амплитудой гауссова импульса, как описано в предыдущем разделе.

На первом этапе было выполнено исследование памяти ПОУ, используя для этого один символ временного ряда Макки-Гласса для вычисления весов для предсказания на один шаг вперед. А именно, после распространения импульсной последовательности длины  $N$  в ПОУ, только последние  $K$  отсчётов, соответствующие последнему импульсу, записываются в строку матрицы признаков. На рис. 2 показана ошибка предсказания в двумерной плоскости, образованной двумя параметрами оптимизации: длительностью импульса  $T_0$  и параметром нормализации мощности  $P_0$ . Когда последовательность импульсов включает один символ, который входит в матрицу признаков, и два символа в предваряющей последовательности, ошибка прогнозирования близка к нулю. Предсказание вперёд на основе признаков, сформированных из одного символа, без какой-либо памяти невозможно, так как система не может определить, должен ли следующий символ увеличиваться или уменьшаться, основываясь только на текущем символе. Поэтому тот факт, что ошибка прогнозирования близка к нулю, указывает на то, что система обладает некоторой памятью. Эту способность «запоминать» прошлые символы, которые не учитываются в матрице признаков, объясняется памятью ПОУ, где усиление текущего импульса зависит от предыдущих импульсов.

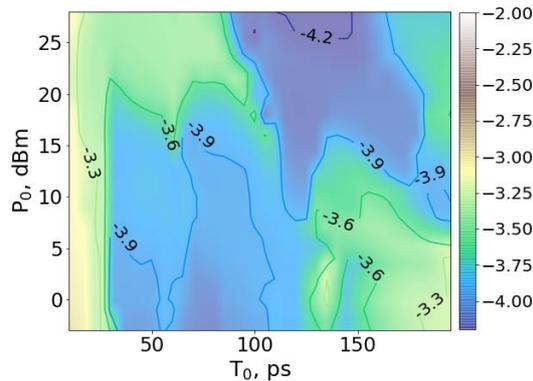


Рисунок 2. Ошибка NMSE (в логарифмическом масштабе) в плоскости  $(T_0, P_0)$ , полученная при предсказании на один шаг вперёд. Для предсказания следующего символа используется один предыдущий символ, длина предваряющей последовательности  $q = 2$ .

Далее была рассмотрена задача многошагового предсказания временного ряда Макки-Гласса для параметров кодирования  $T_0 = 50$  пс и  $P_0 = 20$  дБм (рис. 4b). Для прогнозирования значений временного ряда использовалась рекурсивная стратегия (см. рис.1). Эта стратегия предполагает использование результата прогноза на каждом временном шаге в качестве входных данных для сети на следующем шаге. Результаты прогноза на 400 шагов вперёд для временного ряда Макки-Гласса представлены на рис. 5. Чтобы оценить влияние шума оптического усилителя, в модель было включено усиленное спонтанное излучение (рис. 5d) в виде ограниченного по полосе белого шума, который добавлялся к сигналу на выходе ПОУ. По сравнению с другими работами по применению фотонных резервуарных вычислений для предсказания ряда Макки-Гласса, предложенный нами подход превосходит результаты из [18], достигая NMSE порядка 0.01 при прогнозировании 300 символов (6 квазипериодов временного ряда) против 0.1 в [18]. В сравнении с RC на основе линий задержки [12] предложенный подход демонстрирует близкую точность для

одношагового прогнозирования, однако точность многошагового прогнозирования не может быть сопоставлена из-за отсутствия метрик ошибок в [12].

Проведено сравнений двух моделей: линейной модели с нелинейным детектором (рис. 5b) и нелинейной модели с ПОУ (рис. 5c). Следует отметить, что на рис. 5b-с показан пример прогноза, соответствующий одной из  $M = 1800$  последовательностей данных в тестовом наборе, каждая из которых имеет длину  $N = 15$ . Эти 15 символов, используемые для предсказания следующих 400 символов, показаны на рисунке фиолетовым цветом. Хотя линейная модель способна выполнять прогнозы на несколько шагов вперед, она не подходит для более длительных горизонтов прогнозирования и может улавливать только базовую периодическую динамику временной последовательности (рис. 5b). Добавление в систему усилителя увеличивает размерность пространства признаков и тем самым значительно расширяет горизонт прогнозирования (рис. c-d).

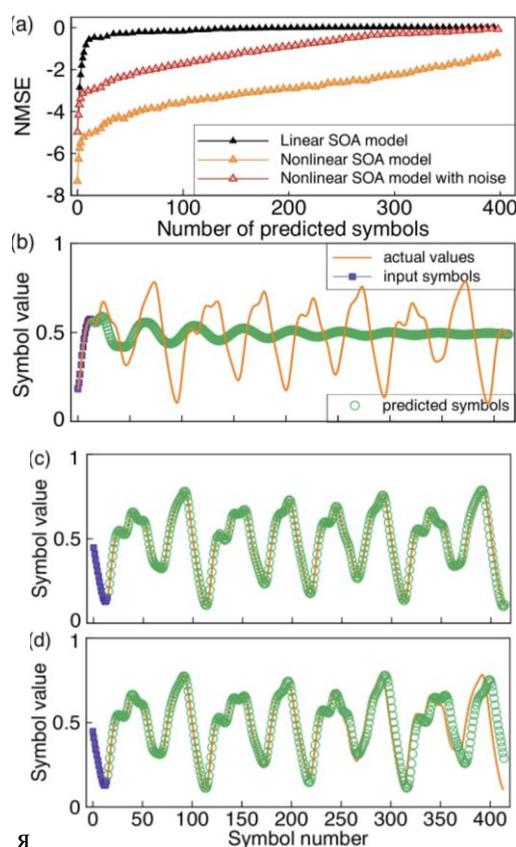


Рисунок 5. (а): Сравнение ошибок прогнозирования между линейной моделью с нелинейным детектором и нелинейной моделью на основе ПОУ в зависимости от горизонта прогнозирования. (b)-(d): Результаты прогнозирования MG на 400 шагов вперед для линейной модели с детектором (b) и нелинейной модели на основе ПОУ без шума (c) и с учётом шума усилителя,  $NF=5.5$  дБ (d).  $T_0 = 50$  пс,  $P_0 = 20$  дБм,  $N = 15$ ,  $q = 0$ .

Основные результаты работы в 2024 году:

В данной работе предложен новый подход к резервуарным вычислениям, основанный на повышении частоты дискретизации оптического сигнала и использовании полупроводникового оптического усилителя и фотодетектора в качестве нелинейных элементов. Показано, что концепция резервуарных вычислений может быть реализована без использования линий задержки, что делает её перспективной для применения в задачах прогнозирования временных рядов. Мы продемонстрировали, что так же, как механизм внимания оказался достаточным в языковых

моделях для перевода текста, нелинейность и внутренние динамические процессы в ПОУ достаточны для реализации резервуарных вычислений. Тестирование предложенной схемы было выполнено на временном ряде Макки-Гласса, в результате которого продемонстрирована превосходная предсказательная способность для 400 шагов вперёд.

- Эффект от использования кластера в достижении целей работы.

Использование кластера позволило выполнить оптимизацию предложенной схемы резервуарных вычислений на основе полупроводникового оптического усилителя и определить параметры, при которых данная схема демонстрирует наименьшую ошибку в задачах предсказания временных рядов.

- Перечень публикаций, содержащих результаты работы (если есть). Указать импакт-фактор журнала (Thomson Reuters, РИНЦ,...).

[1] E. Manuylovich, A. E. Bednyakova, D. A. Ivoilov, I. S. Terekhov, and S. K. Turitsyn, "SOA-based reservoir computing using upsampling," *Opt. Lett.* 49, 5827-5830 (2024). Impact factor 3.1.

[2] A. Bednyakova, E. Manuylovich, D. A. Ivoilov, I. S. Terekhov and S. K. Turitsyn, "SOA-based reservoir computing," *2024 International Conference Laser Optics (ICLO)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 279-279, doi: 10.1109/ICLO59702.2024.10624399.