

Отчет о проделанной работе с использованием оборудования ИВЦ НГУ

15 декабря 2022 г.

1 Аннотация

Исследованы полные данные рассеяния, то есть спектр собственных чисел, фазы и позиции солитонов в стохастических полях полученных с помощью подхода “выращивание интегрируемой турбулентности”. В качестве начального условия использовался супер-Гауссов шум. Получены распределения собственных чисел солитонов для промежуточных и финальной стадий выращивания (накачки). Показано, что на финальной стадии накачки вклад солитонов в первый интеграл движения составляет более 95 процентов. Также обнаружено, что для адиабатической накачки собственные числа солитонов выстраиваются вдоль мнимой оси, то есть солитоны формируют связанное состояние. Распределения фазовых солитонов параметров исследованы на предмет наличия корреляций. Показано, что заметные корреляции фаз солитонов появляются только в неадиабатических режимах накачки, тогда как в адиабатическом случае фазы солитонов случайны. Полученные данные позволили сделать вывод о том, что в результате выращивания был получен солитонный газ в связанном состоянии.

2 Тема работы

Расчет данных рассеяния для адиабатического выращивания интегрируемой турбулентности.

3 Состав коллектива

Гелаш Андрей Александрович, к.ф.-м.н., с.н.с. ИАиЭ СО РАН.

4 Информация о гранте

РФФИ, Конкурс 2019 года на лучшие проекты фундаментальных научных исследований, выполняемые молодыми учеными - кандидатами наук в научных организациях РФ "Перспектива". Грант номер 19-31-60028 "Статистическое поведение фазовых параметров данных рассеяния в случайных нелинейных волновых процессах". РНФ, Конкурс 2020 года «Проведение инициативных исследований молодыми учеными» Президентской программы исследовательских проектов, реализуемых ведущими учеными, в том числе молодыми учеными. Грант номер 20-71-00022 "Устойчивый алгоритм решения прямой и обратной задачи рассеяния для сложных нелинейных волновых полей".

5 Научное содержание работы

5.1 Постановка задачи

Применение численных алгоритмов метода обратной задачи рассеяния для исследования интегрируемой турбулентности, получаемой из шума в рамках моделирования НУШ с медленной накачкой.

5.2 Современное состояние проблемы

Исследование статистического поведения интегрируемых нелинейных волновых систем представляет собой важную и быстро развивающуюся область теоретической и экспериментальной физики [1,2,3]. Ранее было установлено, что такие системы могут приходить к статистически стационарному состоянию в результате таких процессов как развитие модуляционной неустойчивости [2]. Под статистически стационарным состоянием волнового поля понимается такое состояние при котором плотность вероятности волновых амплитуд, усреднённый Фурье спектр и другие средние характеристики не меняются со временем. Однако, развитие модуляционной неустойчивости представляет только частный случай и вопрос об общем подходе к генерации статистически стационарных состояний очень интересен. В работе [4] был предложен подход под названием "выращивание интегрируемой турбулентности". Суть его состоит в том, чтобы рассчитывать численно эволюцию шума малой амплитуды в рамках модели НУШ с малой накачкой. При этом параметры начальной амплитуды шума и величины накачки подбираются таким образом, чтобы в каждый момент времени система находилась в стационарном состоянии, переходя между ними адиабатически. Начальное состояние при этом тоже является стационарным, потому что в случае малой амплитуды нелинейное слагаемое в НУШ не играет большой роли. По достижению амплитуды поля существенной величины (при которой нелинейность играет важную роль) накачка отключается и полученное состояние можно исследовать, например, на предмет наличия в нем солитонов, вероятности формирования волн-убийц.

[1] Zakharov VE. Turbulence in integrable systems. Stud Appl Math 2009;122(3):219–34.

[2] Agafontsev DS, Zakharov VE. Integrable turbulence and formation of rogue waves. Nonlinearity 2015;28(8):2791.

[3] Walczak P, Randoux S, Suret P. Optical rogue waves in integrable turbulence. Phys Rev Lett 2015;114:143903.

[4] Agafontsev DS, Zakharov VE. Growing of integrable turbulence. Fiz Nizk Temp 2020;46:934–9.

5.3 Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы

Разработанные методы расчета полного набора данных рассеяния были применены к исследованию волновых полей, полученных с помощью подхода "выращивание интегрируемой турбулентности". Так как подход "выращивание интегрируемой турбулентности" является новым, было необходимо проверить, что в численном расчете действительно возникает статистически стационарное состояние, а также узнать какие солитоны входят в состав выращенных полей. Для ответа на эти вопросы мы применили разработанные алгоритмы решения прямой задачи рассеяния.

Так для начального шума имеющего супер-Гауссов спектр с показателем 32, начальную амплитуду 10^{-2} и амплитуду накачки 10^{-5} процесс адиабатического выращивания привел к формированию ансамбля солитонов одинаковой амплитуды. По мере накачки амплитуда солитонов росла, распределение по скоростям сужалось, а вклад непрерывного спектра падал, так что на финальной стадии ансамбли представлял собой связанное состояние из солитонов стоящих на месте, см. Рис. 1.

Расчет полного набора данных рассеяния выращенных волновых полей позволил восстановить солитонную часть волнового поля с помощью точных мульти-солитонных решений НУШ. На Рис. 2 приведен пример выращенного поля и его солитонной модели, который демонстрирует что доминирующий вклад в выращенных полях представляют солитоны.

Наиболее важным результатом анализа данных рассеяния выращенных полей является полученное по 300 реализациям случайного начального шума распределение фаз и позиций солитонов, см. Рис. 3. Физический смысл имеют фазы солитонов, тогда как параметры позиций x_0 являются сложным внутренним параметром задачи и детально нами не анализировались (для нас достаточно знать, что полученное волновое поле является пространственно однородным по построению). Для фаз мы провели различные проверки и не выявили явных корреляций между отдельными солитонами, что иллюстрирует Рис. 3 справа. Таким образом мы пришли к выводу о том, что фазы солитонов случайны. Кроме того, полученные распределения собственных чисел солитонов демонстрируют что скорости солитонов почти равны нулю, а значит результатом выращивания стал газ солитонов находящихся в связанном состоянии.

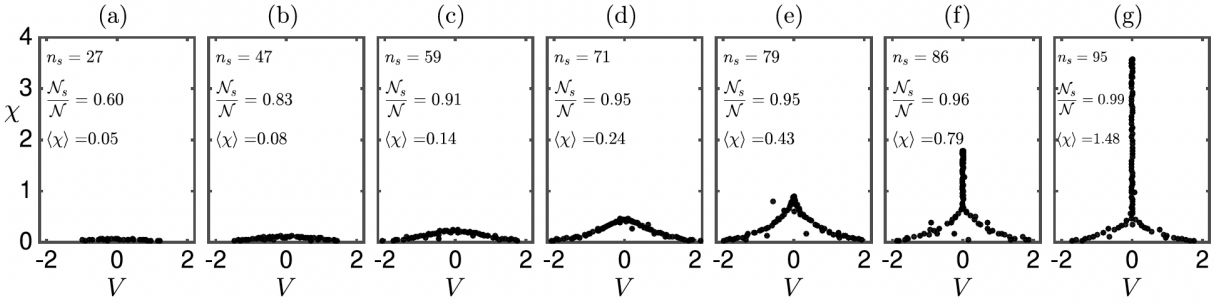


Рис. 1: Эволюция спектра собственных чисел солитонов в процессе адиабатического выраживания интегрируемой турбулентности из супер-Гауссова шума. Показаны разные стадии накачки соответствующие различным значениям средней амплитуды поля. Собственные числа параметризованы скоростями солитонов V , и амплитудами солитонов χ . На графиках n_s означает число солитонов, N_s/N относительный вклад солитонов в первый интеграл движения и χ отвечает средней амплитуде солитонов. Рисунок из работы [P1].

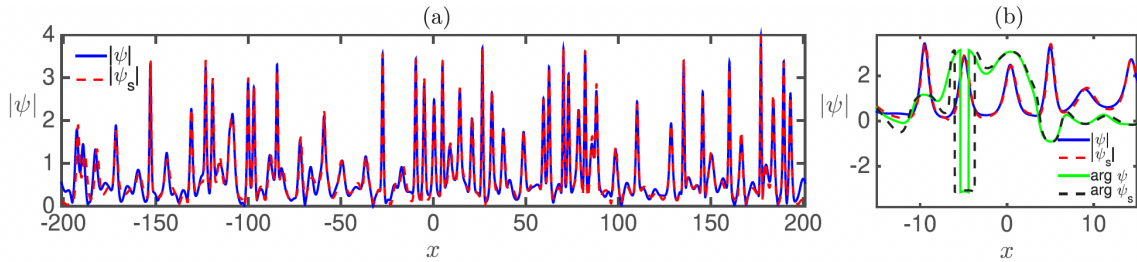


Рис. 2: Финальная стадия адиабатического выраживания интегрируемой турбулентности из супер-Гауссова шума. Сплошными линиями (синие и зеленые) показано полученное волновое поле, а пунктирными (красные и черные) – его солитонная модель. Рисунок из работы [P1].

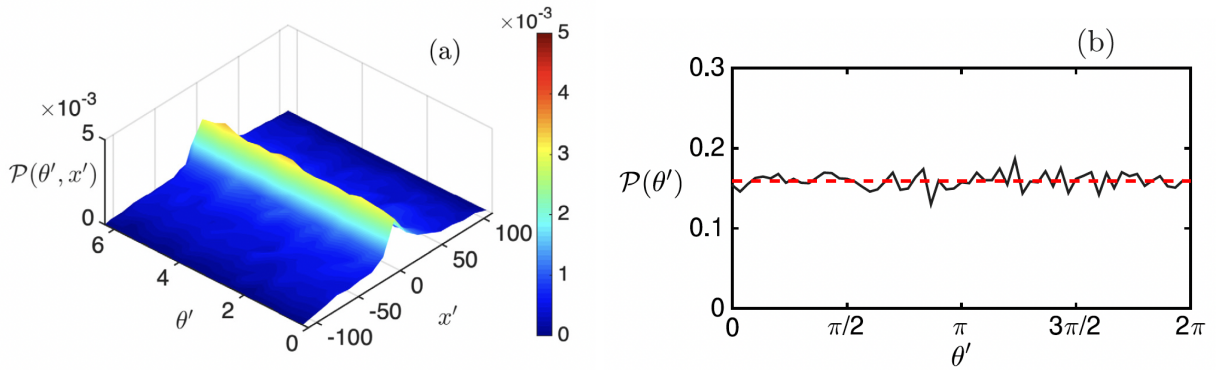


Рис. 3: Распределение параметров фаз θ и позиций x' солитонов, полученное с помощью численного решения прямой задачи рассеяния для выращенных из супер-Гауссова шума в адиабатическом режиме накачки волновых полей (300 реализаций случайного начального шума). Слева представлена плотность вероятности θ и x' , а справа усредненное по x_0 распределение для фаз. Видно, что фазы распределены равномерно. Рисунок из работы [P1].

6 Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Для выполнения задач проекта потребовалось решить численно прямую задачу рассеяния для нескольких сотен протяженных случайных волновых полей высокой нелинейности. При этом в каждом вол-

новом поле содержалось порядка ста солитонов. Установленное на кластере программное обеспечение Wolfram Mathematica позволило нам использовать арифметику произвольной точности для аккуратной идентификации фаз и позиций солитонов. Кроме того, расчет был распаралелен на несколько десятков ядер. Для решения задач на определение спектра собственных чисел солитонов потребовалось задействовать большой объем оперативной памяти более 100 Гб.

7 Перечень публикаций, содержащих результаты работы

[P1] Dmitry S. Agafontsev, Andrey A. Gelash, Rustam I. Mullyadzhанov, Vladimir E. Zakharov, Bound-state soliton gas as a limit of adiabatically growing integrable turbulence. *Chaos, Solitons & Fractals*, 166, 112951, 2023. Импакт фактор журнала = 9.9.

Текст публикации содержит благодарность ИВЦ НГУ.